# Technische Universität Berlin

**Fakultät II – Institut für Mathematik** WS 03/04
**Prof. Frank** 07.04.2004

## April – Klausur (Verständnisteil)
## Integraltransformationen und partielle Differentialgleichungen

Name: .............................. Vorname: ..............................

Matr.–Nr.: ........................... Studiengang: ...........................

---

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen ist nur die Laplacetabelle zugelassen. Taschenrechner und Formelsammlungen sind nicht zugelassen. Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Verständnisaufgaben, sie sollten ohne großen Rechenaufwand mit den Kenntnissen aus der Vorlesung lösbar sein. Geben Sie, wenn nichts anderes gesagt ist, immer eine **kurze Begründung** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

---

Die Gesamtklausur ist mit 32 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 10 von 40 Punkten erreicht werden.

---

**Korrektur**

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | Σ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | |
| | | | | | | |

## 1. Aufgabe 7 Punkte

Bestimmen sie die reelle Fourierreihe der Funktion $f(x) = 2sin(x)cos(5x)$.

## 2. Aufgabe 8 Punkte

Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion

$$L[\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}](s) = \frac{1}{s^n}, \quad Re(s) > 0, \ \ n = 1, 2, 3, ...$$

.

## 3. Aufgabe 7 Punkte

a) Die $Z$-Transformierte der reellen Zahlenfolge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sei $Z[a_n](z) = F^*(z)$. Bestimmen Sie für $\alpha > 0$ $Z[\alpha a_n](z)$ und $Z[a_n + \alpha](z)$ mittels $F^*(z)$.

b) Die $Z$-Transformierte der reellen Zahlenfolge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ konvergiere für $|z| > r \geq 0$. Bestimmen Sie den Konvergenzbereich von $Z[\alpha a_n](z)$ und $Z[a_n + \alpha](z)$.

## 4. Aufgabe 8 Punkte

Das Randeigenwertproblem $y'' - \lambda y = 0$, $y(0) = y(2) = 0$ besitzt die Eigenwerte $\lambda_k = -\frac{k^2\pi^2}{4}$, $k \in \mathbb{N}$. Welche der folgenden Randwertprobleme besitzen eine nichttriviale Lösung:

a) $y'' - \frac{9\pi^2}{4}y = 0$, $y(0) = y(2) = 0$,

b) $y'' + 4\pi^2 y = 0$, $y(0) = y(2) = 0$,

c) $y'' + 7\pi^2 y = 0$, $y(0) = y(2) = 0$ ?

## 5. Aufgabe 4 Punkte

Betrachtet werden die Schwartzfunktionen $f$ und $g$. Beweisen oder widerlegen Sie die folgende Aussage mittels des Faltungssatzes der Fourierformation

$$F[f' * g](\omega) = F[f * g'](\omega).$$

## 6. Aufgabe 6 Punkte

Betrachten Sie das Randwertproblem für die Potentialgleichung $u_{xx} + u_{yy} = 0$ auf dem Kreis $K$ mit Mittelpunkt $(0, 0)$ und Radius $R = 3$ und der Randfunktion $g(x, y) = 36$. Prüfen Sie, ob die Funktionen $a(x, y) = 4(x^2 + y^2)$ oder $b(x, y) = 36$ dieses Randwertproblem lösen.