

Juli – Klausur (Rechenteil)
Integraltransformationen und partielle
Differentialgleichungen für Ingenieure

Name: Vorname:

Matr.-Nr.: Studiengang:

Falls Ihr Studiengang 40% Hausaufgaben fordert:

In welchem Semester haben Sie die erreicht?

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen ist nur die Laplacetabelle zugelassen. Taschenrechner und Formelsammlungen sind nicht zugelassen. Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Rechenaufgaben. Geben Sie immer den **vollständigen Rechenweg** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 32 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 10 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	Σ

1. Aufgabe

11 Punkte

Lösen Sie die Integrodifferentialgleichung

$$\begin{cases} \int_0^t f(u) du + f'(t) + 2f(t) = t, & t \geq 0, \\ f(0) = -1. \end{cases}$$

2. Aufgabe

13 Punkte

Bestimmen Sie mit Hilfe des Produktansatzes eine Lösung des folgenden Rand-Anfangswertproblems:

$$\begin{cases} u_{tt}(x, t) = u_{xx}(x, t) + 2u_t(x, t), & t \geq 0, 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}, \\ u(0, t) = u(\frac{\pi}{2}, t) = 0, & t \geq 0, \\ u(x, 0) = \sin(2x) + \sin(4x), & 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

3. Aufgabe

8 Punkte

Bestimmen Sie eine Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit der Eigenschaft

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x-u)f(u) du = \frac{1}{1+x^2}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Hinweis: $\mathcal{F}[\frac{1}{1+x^2}](\omega) = \pi \exp\{-|\omega|\}$.

4. Aufgabe

8 Punkte

Berechnen Sie für die Lösung u des Anfangswertproblems

$$\begin{cases} u_t(x, t) = 4u_{xx}(x, t) + u_x(x, t), & t \geq 0, x \in \mathbb{R}, \\ u(x, 0) = e^{-\frac{1}{2}x^2}, & x \in \mathbb{R} \end{cases}$$

die Spektralfunktion $U(\omega, t) := \mathcal{F}[u(\cdot, t)](\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} u(x, t)e^{-i\omega x} dx$.