

# Verständnistest

## 1. Aufgabe:

$$\begin{aligned} a.) \quad \mathcal{Z}[t e^{-2t} \sin(t)](s) &= - \frac{d}{ds} \underbrace{\mathcal{Z}[e^{-2t} \sin(t)](s)} \\ &= \mathcal{Z}[\sin(t)](s+2) \\ &= \frac{1}{(s+2)^2 + 1} \end{aligned}$$

$$= -(-1) \frac{1}{((s+2)^2 + 1)^2} \cdot 2(s+2) = \frac{2s+4}{((s+2)^2 + 1)^2}$$

b.) Nach der Def. der z-Transf. gilt

$$\mathcal{Z}[f](z) = \sum_{k=0}^{\infty} f(k) z^{-k}$$

Also gilt für

$$f(k) = \mathbb{1}_{\{3\}}(k) \cdot \frac{1}{2} = \begin{cases} \frac{1}{2} & , n=3 \\ 0 & , \text{sonst} \end{cases}$$

$$\mathcal{Z}[f](z) = \frac{1}{2} z^{-3}$$

## 2. Aufgabe:

$$\begin{aligned} \mathcal{Z}[f(k+1) - k f(k) + 1](z) &= z(F^*(z) - 1) + z \frac{d}{dz} F^*(z) \\ &\quad + \frac{z}{z-1} \end{aligned}$$

## 3. Aufgabe:

	w	f
i.)		x
ii.)	x	
iii.)		x
iv.)		x

#### 4. Aufgabe:

Bezeichnung:  $H$ : Übertragungsfkt.

$h$ : Impulsantwort

Dann gilt

$$\mathcal{L}[\underbrace{S[t]}_{=t^3}](s) = H(s) \cdot \underbrace{\mathcal{L}[t]}_{= \frac{1}{s^2}}(s)$$

also

$$\frac{6}{s^4} = H(s) \cdot \frac{1}{s^2}$$

und

$$\boxed{H(s) = \frac{6}{s^2}}$$

und

$$\boxed{h(t) = 6t}$$

#### 5. Aufgabe:

$$f(x) = 4 \frac{e^{2ix} + e^{-2ix}}{2} \cdot \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i}$$

$$= \frac{1}{i} \cdot (e^{3ix} - e^{ix} + e^{-ix} - e^{-3ix})$$

$$= -2 \cdot \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i} + 2 \frac{e^{3ix} - e^{-3ix}}{2i}$$

$$= \underline{\underline{-2 \sin(x) + 2 \sin(3x)}} \quad \leftarrow \text{Fourierreihe von } f$$

## 6. Aufgabe:

i)  $u$  löst das AWP nicht, da

$$u_t(x,t) = 2(x+1)$$

$$u_{xx}(x,t) = 2$$

ii)  $u$  löst das AWP, da

$$\begin{cases} u(x,0) = x^2 \\ u_{xx}(x,t) = 2 = u_t(x,t) \end{cases}$$