

Oktober – Klausur (Rechenteil)
Integraltransformationen und partielle
Differentialgleichungen für Ingenieure

Name: Vorname:

Matr.-Nr.: Studiengang:

Falls Ihr Studiengang 40% Hausaufgaben fordert:

In welchem Semester haben Sie die erreicht?

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen ist nur die Laplacetabelle zugelassen. Taschenrechner und Formelsammlungen sind nicht zugelassen. Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Rechenaufgaben. Geben Sie immer den **vollständigen Rechenweg** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 32 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 10 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	Σ

1. Aufgabe

13 Punkte

Betrachten Sie das LTI-System S , das das stetige Eingangssignal $g : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ in die Lösung $u : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ des AWP

$$\begin{cases} u''(t) + 8u'(t) + 15u(t) = g(t), & t \geq 0, \\ u(0) = u'(0) = 0 \end{cases}$$

überführt.

- Berechnen Sie die *Übertragungsfunktion*, die *Impulsantwort* und den *Frequenzgang* des Systems.
- Geben Sie die *stationäre Antwort* auf das Eingangssignal $g(t) = \sin(\sqrt{15}t)$ explizit an (ohne Herleitung). Wie groß ist die *Phasenverschiebung*?

2. Aufgabe

10 Punkte

Es bezeichne $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ eine S-Funktion. Lösen Sie das AWP

$$\begin{cases} u_t(x, t) = -3u_x(x, t) + 5u(x, t), & x \in \mathbb{R}, t \geq 0, \\ u(x, 0) = f(x), & x \in \mathbb{R} \end{cases}$$

mittels Fouriertransformation.

3. Aufgabe

10 Punkte

Bestimmen Sie mit Hilfe des Produktansatzes eine Lösung $u : \mathbb{R} \times [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ des AWP

$$\begin{cases} u_{xt}(x, t) - 2u_x(x, t) + u_{xx}(x, t) = 0, & x \in \mathbb{R}, t \geq 0, \\ u(x, 0) = e^x + 1, & x \in \mathbb{R}. \end{cases}$$

4. Aufgabe

7 Punkte

Es sei $f(n)$ ($n \in \mathbb{N}_0$) eine \mathcal{Z} -transformierbare Folge und es sei $F(z) = \mathcal{Z}[f](z)$. Zeigen Sie, dass

$$\mathcal{Z}[n^3 f(n)](z) = -zF'(z) - 3z^2F''(z) - z^3F'''(z).$$