Technische Universität Berlin

Fakultät II – Institut für Mathematik WS 04/05
Prof. Dr. Frank 23. Februar 2005

Februar – Klausur (Verständnisteil)
Integraltransformationen und partielle Differentialgleichungen für Ingenieure

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen ist nur die Laplacetabelle zugelassen. Taschenrechner und Formelsammlungen sind nicht zugelassen. Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Verständnisaufgaben, sie sollten ohne großen Rechenaufwand mit den Kenntnissen aus der Vorlesung lösbar sein. Geben Sie, wenn nichts anderes gesagt ist, immer eine **kurze Begründung** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	5	6	Σ

1. Aufgabe

9 Punkte

Es sei $F(s)$ die $\mathcal{L}$-Transformierte einer Funktion $f(t)$ mit $f(0) = f'(0) = 1$. Was ist dann die $\mathcal{L}$-Transformierte von

$$t\, f''(t) + f(2t)\, e^{-t} + \int_0^t \cos(2t - 2\tau) f(\tau)\, d\tau.$$

Vereinfachen Sie das Resultat soweit wie möglich.

2. Aufgabe

6 Punkte

Berechnen Sie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+1}{3^n}.$$

3. Aufgabe

3 Punkte

Welche Folge $(f_n)_{n\in\mathbb{N}_0}$ hat die $\mathcal{Z}$-Transformation

$$\mathcal{Z}[f_n](z) = \frac{1 - z + z^2 - z^3 + 2z^4}{z^4} \text{ ?}$$

4. Aufgabe

8 Punkte

Entscheiden Sie, ob folgende Aussagen wahr oder falsch sind.

(Jede richtige Antwort gibt 2 Punkte, für jede falsche Antwort werden 2 Punkte abgezogen, keine Antwort gibt 0 Punkte, bei negativer Gesamtpunktzahl wird die Aufgabe mit 0 Punkten gewertet. Es sind keine Begründungen notwendig.)

i) Eine stetige Funktion von exponentieller Ordnung ist $\mathcal{F}$-transformierbar.

ii) Die Funktion $u(x,t) = \sin(2x - 2t)$ ist die eindeutige Lösung der Differentialgleichung $u_{tt}(x,t) = u_{xx}(x,t)$ mit Anfangswert $u(x,0) = \sin(2x)$.

iii) Für zwei beliebige S-Funktionen f, g gilt $\mathcal{F}[f \cdot g'](\omega) = i\omega\mathcal{F}[f](\omega)\,\mathcal{F}[g](\omega)$.

iv) Für eine ungerade S-Funktion f gilt $\mathcal{F}[f](0) = 0$.

5. Aufgabe

8 Punkte

Zeigen Sie mit vollständiger Induktion

$$\mathcal{L}\left[\frac{1}{(n-1)!}\,t^{n-1}\right](s) = \frac{1}{s^n}$$

für $s \in \mathbb{C}$ mit $\mathrm{Re}(s) > 0$ und $n = 1, 2, 3, ...$

6. Aufgabe

6 Punkte

Es sei $f : (0, \infty) \to \mathbb{R}$ eine stetige Funktion und u eine Lösung der DGL

$$\sqrt{x}\,u'(x) = f(x), \qquad x > 0.$$

Substituieren Sie x durch $y = \sqrt{x}$ und leiten Sie die entsprechende DGL für $v(y) := u(y^2) = u(x)$ her.