Technische Universität Berlin

Fakultät II – Institut für Mathematik WS 04/05
Prof. Dr. Frank 6. April 2005

April – Klausur (Rechenteil)
Integraltransformationen und partielle Differentialgleichungen für Ingenieure

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen ist nur die Laplacetabelle zugelassen. Taschenrechner und Formelsammlungen sind nicht zugelassen. Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Rechenaufgaben. Geben Sie immer den **vollständigen Rechenweg** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	Σ

1. Aufgabe
11 Punkte

Es bezeichne S das LTI System, das das Eingangssignal e auf die Lösung u des folgenden Anfangswertproblems abbildet:

$$25\int_0^t u(\tau)\,d\tau + 8u(t) + u'(t) = e(t), \qquad t \geq 0,$$
$$u(0) = 0.$$

i) Berechnen Sie die Übertragungsfunktion und die Impulsantwort des Systems.

ii) Geben Sie den Frequenzgang von S an.

iii) Geben Sie die stationäre Antwort auf das Eingangssignal $e(t) = \sin(5t)$ (ohne Herleitung) explizit an ? Wie groß ist die Phasenverschiebung?

2. Aufgabe
9 Punkte

Berechnen Sie mit Hilfe der $\mathcal{Z}$-Transformation eine explizite Formel für

$$f_n = \sum_{k=1}^{n} k3^k.$$

3. Aufgabe
11 Punkte

Berechnen Sie mit Hilfe des Produktansatzes die Lösung des folgenden Randwertproblems der Potentialgleichung:

$$\begin{aligned} &u_{xx}(x,y) + u_{yy}(x,y) = 0 && x, y \in [0, 2\pi], \\ &u(0,y) = 0,\ u(2\pi,y) = 0, && y \in [0, 2\pi], \\ &u(x,0) = 0,\ u(x,2\pi) = \sin(x) && x \in [0, 2\pi]. \end{aligned}$$

4. Aufgabe
9 Punkte

Berechnen Sie mit Hilfe der Fourier-Transformation die Lösung des Cauchy Problems

$$\begin{aligned} &u_t(x,t) = u_{xx}(x,t) + u(x,t), && t \geq 0,\ x \in \mathbb{R}, \\ &u(x,0) = e^{-\frac{1}{4}x^2}, && x \in \mathbb{R}. \end{aligned}$$

Hinweis: $\mathcal{F}[e^{-ax^2}](\omega) = \sqrt{\frac{\pi}{a}}\, e^{-\frac{\omega^2}{4a}}$.