Technische Universität Berlin

Fakultät II – Institut für Mathematik WS 04/05

Prof. Dr. Frank 6. April 2005

April – Klausur (Verständnisteil)
Integraltransformationen und partielle Differentialgleichungen für Ingenieure

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen ist nur die Laplacetabelle zugelassen. Taschenrechner und Formelsammlungen sind nicht zugelassen. Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Verständnisaufgaben, sie sollten ohne großen Rechenaufwand mit den Kenntnissen aus der Vorlesung lösbar sein. Geben Sie, wenn nichts anderes gesagt ist, immer eine **kurze Begründung** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	5	6	Σ

1. Aufgabe

8 Punkte

Welche der folgenden Funktionen sind von exponentieller Ordnung, welche nicht?

$$\begin{aligned} f_1(t) &= t^{21}\cos(t) \\ f_2(t) &= \cosh(5t) \\ f_3(t) &= e^{-t^2} \\ f_4(t) &= \sinh(t^2). \end{aligned}$$

Begründen Sie Ihre Antwort.

2. Aufgabe

5 Punkte

Bestimmen Sie die $\mathcal{L}$-Transformierte von

$$f(t) = t^{1/2}\exp(-2t)$$

unter Verwendung von

$$\mathcal{L}[t^{-1/2}](s) = \pi^{1/2}\, s^{-1/2}, \qquad s \in \mathbb{C} \text{ mit } \mathrm{Re}(s) > 0.$$

3. Aufgabe

6 Punkte

Gegeben sind die Funktionen

$$\begin{aligned} u_1(x,t) &= 2\sin(x)\cos(t) + t^2 x(\pi - x), \\ u_2(x,t) &= \sin(x+t) + \sin(x-t), \\ u_3(x,t) &= x(x-\pi)t^2. \end{aligned}$$

Begründen Sie für jede der drei Funktionen, warum dies eine Lösung oder keine Lösung des Anfangswertproblems

$$\begin{cases} u_{tt}(x,t) = u_{xx}(x,t), & x \in \mathbb{R},\ t \geq 0, \\ u(x,0) = 2\sin(x), u_t(x,0) = 0, & x \in \mathbb{R}, \end{cases}$$

ist.

4. Aufgabe

5 Punkte

Sei $(f_n)_{n\in\mathbb{N}_0}$ eine reelle Zahlenfolge mit der Eigenschaft:

$$\forall n \geq 101 : \quad f_n = 0.$$

Wo konvergiert die $\mathcal{Z}$-Transformierte dieser Folge mindestens?

5. Aufgabe

8 Punkte

Gegeben ist die Potentialgleichung im $\mathbb{R}^2$:

$$u_{xx}(x,y) + u_{yy}(x,y) = 0.$$

Welche Lösungen liefert der additive Trennungsansatz

$$u(x,y) = X(x) + Y(y) \ ?$$

6. Aufgabe

8 Punkte

Es sei $F(\omega)$ die $\mathcal{F}$-Transformierte einer Funktion f. Was ist dann die $\mathcal{F}$-Transformierte von

$$f(2x+3) + \int_{-\infty}^{\infty} e^{-3|x-u|} f(u)\, du?$$

Vereinfachen Sie das Resultat soweit wie möglich.