Technische Universität Berlin

Fakultät II – Institut für Mathematik SS 05
Prof. Dr. Frank 12. Oktober 2005

Oktober – Klausur (Verständnisteil)
Integraltransformationen und partielle Differentialgleichungen für Ingenieure

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen ist nur die Laplacetabelle zugelassen. Taschenrechner und Formelsammlungen sind nicht zugelassen. Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Verständnisaufgaben, sie sollten ohne großen Rechenaufwand mit den Kenntnissen aus der Vorlesung lösbar sein. Geben Sie, wenn nichts anderes gesagt ist, immer eine **kurze Begründung** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	5	Σ

1. Aufgabe

7 Punkte

Berechnen Sie die Laplace-Transformierte der Lösung des Anfangswertproblems

$$y'''(t) + 3y''(t) + 2y'(t) + y(t) = 1, \quad y(0) = y'(0) = 0, y''(0) = 1.$$

2. Aufgabe

8 Punkte

Sei $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ eine gerade $\mathcal{S}$-Funktion. Zeigen Sie, daß

$$\mathcal{F}[f](\omega) = \mathcal{L}[f](\iota\omega) + \mathcal{L}[f](-\iota\omega)$$

gilt.

3. Aufgabe

8 Punkte

Geben Sie eine partielle Differenzialgleichung an, die beide Funktionen

$$u_1(x, y) := e^{-y} - x \text{ und } u_2(x, y) := e^{y} + x$$

als Lösungen hat.

4. Aufgabe

7 Punkte

Geben Sie die Folge $(f_n)_{n\geq 0}$ an, die die Differenzengleichung

$$f_{n+2} - f_n = 0, \quad n \geq 0, \quad f_0 = 1, f_1 = 2$$

löst.

5. Aufgabe

10 Punkte

Kreuzen Sie an (Begründung nicht erforderlich):

a) Für jede stetige Funktion $f : [0; +\infty[\longrightarrow \mathbb{R}$ definiert

$$g(x) := e^{-(f(x))^2}$$

eine Funktion von exponentieller Ordnung.

☐ Richtig ☐ Falsch

b) Für jede Schwartz-Funktion $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ definiert

$$g(x) := e^{-(f(x))^2}$$

wieder eine Schwartz-Funktion.

☐ Richtig ☐ Falsch

c) Das Anfangswertproblem

$$y''(t) + y(t) = 0, y(0) = y'(0) = 0$$

besitzt eine eindeutig bestimmte Lösung.

☐ Richtig ☐ Falsch

d) Das Randwertproblem

$$y''(t) + y(t) = 0, y(0) = y(\pi) = 0$$

besitzt eine eindeutig bestimmte Lösung.

☐ Richtig ☐ Falsch

e) Für jede Schwartz-Funktion $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ gilt

$$\mathcal{F}[f](-\omega) = \overline{\mathcal{F}[f](\omega)}$$

für alle $\omega \in \mathbb{R}$.

☐ Richtig ☐ Falsch

Hinweis: für jedes richtige Kreuz erhalten Sie 2 Punkte, für jedes falsche Kreuz werden zwei Punkte abgezogen, bei negativer Gesamtpunktzahl wird die Aufgabe mit null Punkten gewertet.