Technische Universität Berlin

Fakultät II – Institut für Mathematik WS 05-06
Prof. Dr. Ferus 22. Februar 2006

Februar – Klausur (Rechenteil)
Integraltransformationen und partielle Differentialgleichungen für Ingenieure

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen ist nur die Laplacetabelle zugelassen. Taschenrechner und Formelsammlungen sind nicht zugelassen. Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Rechenaufgaben. Geben Sie immer den **vollständigen Rechenweg** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	Σ

1. Aufgabe

10 Punkte

Ein kausales LTI-System antwortet auf dem Signal $f(t)$ mit einer Funktion $y(t)$, die folgendes AWP löst

$$\begin{cases} y''(t) - 2y'(t) + 7y(t) = f(t), \\ y(0) = y'(0) = 0 \end{cases}$$

Was sind die entsprechenden Übertragungsfunktion und Impulsantwort?

2. Aufgabe

10 Punkte

Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$\begin{cases} y_1' = y_1 + 2y_2 \\ y_2' = 5y_1 + 4y_2 \\ y_1(0) = 0, y_2(0) = \frac{1}{2}. \end{cases}$$

3. Aufgabe

10 Punkte

Berechnen Sie eine Reihendarstellung für das folgende Rand-Anfangswertproblem:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} & , (x \in [0,2], t \geq 0) \\ u(x=0;t) = u(x=2;t) = 0 & , \forall t \geq 0 \ \textit{(Randbedingungen)} \\ u(x;t=0) = f(x), \frac{\partial u}{\partial t}(x;t=0) = 0 & , \forall x \in [0;2] \ \textit{(Anfangsbedingungen)}, \end{cases}$$

wobei

$$f(x) = \begin{cases} x, & x \in [0;1] \\ 2-x, & x \in [1;2] \end{cases}$$

4. Aufgabe

10 Punkte

Lösen Sie das Randwertproblem (Potentialgleichung auf einer Kreisscheibe):

$$\begin{cases} \Delta u(x,y) = 0 & \text{für } r = \sqrt{x^2+y^2} < 1, \\ u(x,y) = u_R(x,y) & \text{für } r = \sqrt{x^2+y^2} = 1, \end{cases}$$

wobei: $u_R(x = \cos\varphi, y = \sin\varphi) = 1 + \sin 2\varphi + 2\cos 3\varphi$.

Hinweise: der Laplaceoperator in Polarkoordinaten lautet $\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}$. Denken Sie daran, daß die gesuchte Lösung u bei $r = 0$ beschränkt bleibt.