Technische Universität Berlin

Fakultät II – Institut für Mathematik WS 05-06
Prof. Dr. Ferus 12. April 2006

April – Klausur (Verständnisteil)
Integraltransformationen und partielle Differentialgleichungen für Ingenieure

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen ist nur die Laplacetabelle zugelassen. Taschenrechner und Formelsammlungen sind nicht zugelassen. Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Verständnisaufgaben, sie sollten ohne großen Rechenaufwand mit den Kenntnissen aus der Vorlesung lösbar sein. Geben Sie, wenn nichts anderes gesagt ist, immer eine **kurze Begründung** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	5	Σ

1. Aufgabe

6 Punkte

Ein kausales LTI-System antwortet auf die Eingangsfunktion $e(t) = 1$ mit dem Signal $y(t) = \sinh(t) + t\cosh(t)$ (wobei $t \geq 0$).
Was sind die entsprechende Übertragungsfunktion und Impulsantwort?

2. Aufgabe

6 Punkte

Geben Sie eine Lösung $f : [0; +\infty[\longrightarrow \mathbb{R}$ zur Integralgleichung:

$$\int_0^t f(t-u)f(u)du = 9te^t$$

Hinweis: wenden Sie einen Faltungssatz an.

3. Aufgabe

6 Punkte

Benutzen Sie die Orthogonalitätsrelationen für Legendre-Polynome, um den Wert von $\int_0^1 P_3(x)P_5(x)dx$ anzugeben. Begründen Sie ihre Antwort.

4. Aufgabe

10 Punkte

Finden Sie mit Hilfe des Separationsansatzes eine Lösung $u = u(t;x)$ zur partiellen Differentialgleichung:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}(t;x) = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(t;x), \quad t, x \in \mathbb{R},$$

welche der Anfangsbedingung $u(0;x) = \sin 2x$ genügt.

5. Aufgabe

12 Punkte

Sei $u = u(t;x)$ eine Lösung zu

$$\frac{\partial u}{\partial t}(t;x) = -\frac{\partial^4 u}{\partial x^4}(t;x), \quad x \in \mathbb{R}, t > 0.$$

Es gelte zum Zeitpunkt $t = 0$:

$$\mathcal{F}\left[u(0;\cdot)\right](\omega) = U(0;\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} u(0;x)e^{-\imath\omega x}dx = e^{-\omega^4}, \forall\omega \in \mathbb{R}.$$

Bestimmen Sie damit die Fourier-Transformierte $U(t;\omega) = \mathcal{F}\left[u(t;\cdot)\right](\omega)$ von u bzgl. x, zu einem beliebigen Zeitpunkt $t > 0$.