Technische Universität Berlin

Fakultät II – Institut für Mathematik WS 06/07
Prof. Dr. Ferus 21. Februar 2007

Februar – Klausur (Verständnisteil)
Integraltransformationen und partielle Differentialgleichungen für Ingenieure

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen ist nur die Laplacetabelle zugelassen. Taschenrechner und Formelsammlungen sind nicht zugelassen. Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Verständnisaufgaben, sie sollten ohne großen Rechenaufwand mit den Kenntnissen aus der Vorlesung lösbar sein. Geben Sie, wenn nichts anderes gesagt ist, immer eine **kurze Begründung** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	5	Σ

1. Aufgabe 8 Punkte

Lösen Sie das reelle Anfangswertproblem

$$y' + \mathrm{e}^x(1 + y^2) = 0, \quad y(0) = 0$$

und geben Sie den maximalen Definitionsbereich von y an.

2. Aufgabe 12 Punkte

Ermitteln Sie die allgemeine Lösung der DGL

$$y'' - y' - 2y = x.$$

3. Aufgabe 6 Punkte

Berechnen Sie das Integral für $p, q \in \mathbb{N}$, indem Sie es als Faltung auffassen und die Laplace-Transformation verwenden:

$$\int_0^1 x^p(1 - x)^q \,\mathrm{d}x.$$

4. Aufgabe 6 Punkte

a) Gegeben ist eine Funktion $g : \mathbb{R} \to \mathbb{C}$, die ungerade ist und eine Fourier-Transformierte besitzt. Zeigen Sie, dass

$$\mathcal{F}[g](\omega) = \mathcal{L}[g](\mathrm{i}\omega) - \mathcal{L}[g](-\mathrm{i}\omega).$$

b) Berechnen Sie mit dieser Identität die Fourier-Transformierte von $\mathrm{e}^{-|t|}\sin t$.

5. Aufgabe 8 Punkte

Welche der folgenden Aussagen sind wahr und welche sind falsch? Geben Sie jeweils eine Begründung oder ein Gegenbeispiel an. Jede richtige und vollständig begründete Antwort gibt 2 Punkte. Antworten ohne Begründung oder mit einer falschen Begründung bringen keine Punkte.

a) Das Anfangswertproblem

$$y - x + \ln y' = 1, \qquad y(0) = 1$$

hat $y(x) = 1 + x$ als einzige Lösung.

b) Die DGL $y'''(x) + 3y''(x) - 4 = 0$ hat als eine Lösungsbasis die Funktionen $1, \mathrm{e}^{-4x}, \mathrm{e}^x$.

c) Wenn eine Funktion $f : \mathbb{R}_0^+ \to \mathbb{R}$ stückweise stetig ist und der Abschätzung

$$|f(x)| < Mx^n$$

für eine feste Zahl $M \in \mathbb{R}^+$ und eine Zahl $n \in \mathbb{N}_0$ genügt, dann gilt für reelles x

$$\lim_{x\to\infty} x^n \mathcal{L}[f](x) = 0.$$

d) Jede Funktion mit endlicher Bandbreite ist auch eine Schwartzsche Funktion.