

Juli – Klausur (Verständnisteil)
Integraltransformationen und partielle
Differentialgleichungen für Ingenieure

Name: Vorname:

Matr.-Nr.: Studiengang:

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen ist nur die Laplaceta-
belle zugelassen. Taschenrechner und Formelsammlungen sind nicht zugelassen.
Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift
geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Verständnisaufgaben. Diese sollten ohne
großen Rechenaufwand mit den Kenntnissen aus der Vorlesung lösbar sein. Ge-
ben Sie, wenn nichts anderes gesagt ist, immer eine **kurze Begründung** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der
beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	5	Σ

1. Aufgabe

10 Punkte

Lösen Sie das reelle Anfangswertproblem

$$(1 - x^2)y' - 4x\sqrt{y} = 0, \quad y(0) = 1, \quad y(x) > 0$$

und geben Sie den maximalen Definitionsbereich von y an.

2. Aufgabe

9 Punkte

Von einer reellen linearen Differentialgleichung n -ter Ordnung

$$y^{(n)}(x) + a_{n-1}y^{(n-1)}(x) + \dots + a_1y'(x) + a_0y(x) = f(x)$$

mit konstanten Koeffizienten a_0, \dots, a_{n-1} und einer stetigen Funktion f sind die homogene Lösung $y_{\text{hom}}(x)$ und die allgemeine Lösung $y(x)$ durch

$$y_{\text{hom}}(x) = C_1e^{2x} + C_2xe^{-x} + C_3e^{-x}, \quad C_1, C_2, C_3 \in \mathbb{R}$$
$$y(x) = y_{\text{hom}}(x) + e^x$$

gegeben. Ermitteln Sie die Ordnung n , die n Zahlen a_0, \dots, a_{n-1} und die Funktion $f(x)$.

3. Aufgabe

6 Punkte

Bestimmen Sie alle Lösungen der partiellen Differentialgleichung

$$u_x - u_y = x + y$$

von der Form $u(x, y) = X(x) + Y(y)$.

Hinweis: Die Lösungen enthalten freie Konstanten.

4. Aufgabe

7 Punkte

Finden Sie eine stetig differenzierbare Lösung $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{C}$ der Gleichung

$$\int_0^t f'(u)f(t-u) \, du = \frac{2}{3}t^4, \quad f(0) = 0, \quad f'(0) = 0.$$

5. Aufgabe

8 Punkte

Welche der folgenden Aussagen sind wahr, und welche sind falsch? Geben Sie jeweils eine Begründung (einen Lehrsatz oder einen Beweis) oder ein Gegenbeispiel an. Jede richtige und vollständig begründete Antwort gibt 2 Punkte. Antworten ohne Begründung oder mit einer falschen Begründung bringen keine Punkte.

- Wenn eine homogene lineare Differentialgleichung mit reellen konstanten Koeffizienten von $\sin 2x$ gelöst wird, so wird diese Differentialgleichung auch von $\cos 2x$ gelöst.
- Wenn die Wronskideterminante zweier Funktionen y_1 und y_2 an wenigstens einer reellen Stelle $t = t_0$ verschwindet, so sind die Funktionen y_1 und y_2 linear abhängig.
- $e^{-|x|}$ ist eine Schwartzsche Funktion.
- Die Besselfunktionen $J_1(x)$ und $J_{-1}(x)$ bilden ein Fundamentalsystem der Differentialgleichung $x^2y''(x) + xy'(x) + (x^2 - 1)y(x) = 0$.