

**Oktober – Klausur (Verständnisteil)**  
**Integraltransformationen und partielle**  
**Differentialgleichungen für Ingenieure**

Name: ..... Vorname: .....

Matr.-Nr.: ..... Studiengang: .....

---

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen ist nur die **auf der ISIS-Kursseite angebotene** Laplacetabelle zugelassen. Taschenrechner und Formelsammlungen sind nicht zugelassen. Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Verständnisaufgaben. Diese sollten ohne großen Rechenaufwand mit den Kenntnissen aus der Vorlesung lösbar sein. Geben Sie, wenn nichts anderes gesagt ist, immer eine **kurze Begründung** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

---

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

---

**Korrektur**

1	2	3	4	5	$\Sigma$

## 1. Aufgabe

9 Punkte

Begründen Sie, warum für jeden Punkt  $(x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2$  das Anfangswertproblem

$$2xy = y', \quad y(x_0) = y_0$$

eindeutig lösbar ist, und bestimmen Sie die Lösung.

**Hinweis:** Betrachten Sie den Fall  $y_0 = 0$  separat.

## 2. Aufgabe

8 Punkte

Es sei  $\omega \in \mathbb{R}^+$  fest gewählt. Ein kausales LTI-System reagiert auf die Erregung  $a_{\text{in}}(t) = t$  mit der Antwort  $a_{\text{out}}(t) = \sin \omega t$ . Wie lautet die Antwort  $b_{\text{out}}(t)$  bei einer Erregung  $b_{\text{in}}(t) = \sin \omega t$ ?

## 3. Aufgabe

6 Punkte

Mit zwei Schwartz-Funktionen  $f, g$  sei die reelle Funktion  $h$  durch

$$h(t) := \int_{-\infty}^{\infty} f'(t + 3 - u) g(2u) \, du$$

gegeben. Drücken Sie die Fouriertransformierte  $\mathcal{F}[h]$  durch die Fouriertransformierten  $\mathcal{F}[f]$  und  $\mathcal{F}[g]$  aus.

## 4. Aufgabe

9 Punkte

Bestimmen Sie alle Lösungen der Form  $u(x, t) = F(x^2 + \lambda t)$  mit einer zweimal differenzierbaren, reellen Funktion  $F(z)$  und einer festen reellen Konstanten  $\lambda$  der partiellen Differentialgleichung

$$\lambda u_{xx} - 2xu_{xt} = 2u.$$

**Hinweis:** Die Lösungen enthalten eine freie Konstante.

## 5. Aufgabe

8 Punkte

Welche der folgenden Aussagen sind wahr, und welche sind falsch? Geben Sie jeweils eine Begründung (einen Lehrsatz oder einen Beweis) oder ein Gegenbeispiel an. Jede richtige und vollständig begründete Antwort gibt 2 Punkte. Antworten ohne Begründung oder mit einer falschen Begründung bringen keine Punkte.

- Für die Lösungen der Differentialgleichung  $x^2 y''(x) = 2y(x)$  mit  $x > 0$  bilden die Funktionen  $x^2$  und  $x^{-1}$  ein Fundamentalsystem.
- Die Funktion  $\frac{1}{1+t^2}$  ist von exponentieller Ordnung.
- Die Funktion  $e^{-t^2/2}$  ist von endlicher Bandbreite.
- Jede Besselfunktion  $J_n(x)$  mit  $n \in \mathbb{N}$  ist gerade.