Technische Universität Berlin

Fakultät II – Institut für Mathematik WS 08/09

Dr. J. Fuhrmann 18. Februar 2009

Februar – Klausur (Rechenteil)
Integraltransformationen und partielle Differentialgleichungen für Ingenieure

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen ist nur die **auf der ISIS-Kursseite angebotene** Laplacetabelle zugelassen. Taschenrechner und Formelsammlungen sind nicht zugelassen. Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Rechenaufgaben. Geben Sie immer den **vollständigen Rechenweg** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	Σ

1. Aufgabe 11 Punkte

Ermitteln Sie die Lösungen $y_1(x), y_2(x)$ und $y_3(x)$ des reellen Anfangswertsproblems

$$\begin{aligned} y_1' &= y_1 - y_2 + y_3 \\ y_2' &= y_1 - y_2 - y_3 \\ y_3' &= 2y_1 - 2y_2 \end{aligned}$$
$$y_1(0) = 2, \quad y_2(0) = 0, \quad y_3(0) = 0.$$

2. Aufgabe 10 Punkte

Ermitteln Sie die Lösung y des Anfangswertproblems

$$y'' + y' - 2y = 12u_1(t)\mathrm{e}^{-3(t-1)}, \qquad y(0) = 1,\ y'(0) = 1$$

mit der Stufenfunktion $u_1(t)$.

3. Aufgabe 11 Punkte

Lösen Sie mit Hilfe des Separationsansatzes das Rand-Anfangswertproblem in $u(x,t)$:

$$4\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} - \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = 0, \qquad 0 < x < 2\pi, \quad t \geq 0$$
$$u(0,t) = 0, \qquad u(2\pi,t) = 0, \qquad u(x,0) = 2\sin 3x.$$

4. Aufgabe 8 Punkte

Gegeben ist im $\mathbb{R}^2$ die abgeschlossene Dreiecksfläche $\mathcal{D}$ mit den Ecken $(0,0)$, $(1,0)$ und $(0,1)$. Auf $\mathcal{D}$ liegt das Randwertproblem

$$\Delta u(x,y) = 0 \qquad \text{innerhalb } \mathcal{D} \qquad (*)$$
$$u(0,y) = -y^2, \qquad u(x,0) = x^2 \qquad \text{für } x,y \in [0,1]$$
$$u(x,y) = 2x^2 - 1 \qquad \text{für } y = 1-x \text{ und } x,y \in [0,1]$$

vor.
Die fünf Funktionen 1, x, y, $x^2 - y^2$ und xy erfüllen die Laplacegleichung $(*)$.
Ermitteln Sie mit Hilfe dieser Funktionen eine Lösung $u(x,y)$ des angegebenen Randwertproblems.

Hinweis: Der Nachweis, dass die genannten fünf Funktionen die Laplacegleichung $(*)$ lösen, ist *nicht* verlangt.