

Juli – Klausur (Verständnisteil)
Integraltransformationen und partielle
Differentialgleichungen für Ingenieure

Name: Vorname:

Matr.-Nr.: Studiengang:

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen ist nur die **auf der ISIS-Kursseite angebotene** Laplacetabelle zugelassen. Taschenrechner und Formelsammlungen sind nicht zugelassen. Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Verständnisaufgaben. Diese sollten ohne großen Rechenaufwand mit den Kenntnissen aus der Vorlesung lösbar sein. Geben Sie, wenn nichts anderes gesagt ist, immer eine **kurze Begründung** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	5	Σ

1. Aufgabe

6 Punkte

Finden Sie zur Differentialgleichung

$$t^2 y''(t) + ty'(t) - 4y(t) = 0, \quad t \in \mathbb{R}^+$$

Lösungen mit dem Ansatz t^r mit $r \in \mathbb{R}$. Weisen Sie nach, dass diese ein Fundamentalsystem bilden und geben Sie die allgemeine Lösung der DGL an.

2. Aufgabe

9 Punkte

Ermitteln Sie für das DGL-System im \mathbb{R}^2

$$\vec{y}'(t) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \vec{y}(t)$$

die Lösung $\vec{y}(t)$ mit der Eigenschaft $\vec{y}(0) = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

3. Aufgabe

9 Punkte

Es seien α und β reelle positive Zahlen.

- a) Berechnen Sie die Fourier-Transformierte der Funktion

$$\frac{1}{\pi} \frac{\alpha}{\alpha^2 + t^2}$$

- b) Berechnen Sie mit Hilfe des Ergebnisses aus a) die Faltung

$$\frac{1}{\pi} \frac{\alpha}{\alpha^2 + t^2} * \frac{1}{\pi} \frac{\beta}{\beta^2 + t^2}.$$

Hinweis: Es gilt: $\mathcal{F} \left[\frac{1}{1+t^2} \right] (\omega) = \pi e^{-|\omega|}$.

4. Aufgabe

8 Punkte

Ermitteln Sie alle Lösungen u von der Form $u(x, y) = e^{X(x)+Y(y)}$ mit $X(0) = 0$ und $Y(0) = 0$ zur PDGL

$$u_x = 2xu_y.$$

Hinweis: Die Lösungen enthalten eine freie Konstante.

5. Aufgabe

8 Punkte

Welche der folgenden Aussagen sind **wahr**, und welche sind **falsch**?

(Jede richtige Antwort gibt 2 Punkte, für jede falsche Antwort werden 2 Punkte abgezogen, keine Antwort gibt 0 Punkte. Bei negativer Gesamtpunktzahl wird die Aufgabe mit 0 Punkten gewertet. Es sind keine Begründungen notwendig.)

Antworten Sie bitte *nur* auf Ihrem Arbeitsblatt!

- Die Funktion y mit $y(x) = 0$ für alle $x \in \mathbb{R}$ (*Nullfunktion*) löst jede lineare homogene Differentialgleichung.
- Von jeder Funktion exponentieller Ordnung ist die Laplacetransformierte eine monoton fallende Funktion.
- Ist eine Funktion von endlicher Bandbreite, so ist auch ihre Fouriertransformierte von endlicher Bandbreite.
- Jede Besselfunktion J_n mit $n \in \mathbb{N}$ hat mindestens eine positive Nullstelle.