Technische Universität Berlin

Fakultät II – Institut für Mathematik SS 09
Dr. G. Penn-Karras 07. Oktober 2009

Oktober – Klausur (Rechenteil)
Integraltransformationen und partielle Differentialgleichungen für Ingenieure

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen ist nur die **auf der ISIS-Kursseite angebotene** Laplacetabelle zugelassen. Taschenrechner und Formelsammlungen sind nicht zugelassen. Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Rechenaufgaben. Geben Sie immer den **vollständigen Rechenweg** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	Σ

1. Aufgabe 9 Punkte

Ermitteln Sie für das reelle Anfangswertsproblem

$$y' + 2x(1 + y^2) = 0, \qquad y(0) = 0$$

die Lösung und das maximale Definitionsintervall dieser Lösung.
Hinweis: Es gilt: $\int \frac{1}{1+t^2}\,\mathrm{d}t = \arctan t + C$.

2. Aufgabe 11 Punkte

Berechnen Sie die allgemeine Lösung für das Differentialgleichungssystem

$$\vec{y}\,'(t) = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \vec{y}(t).$$

3. Aufgabe 9 Punkte

Ermitteln Sie die Lösung für das Anfangswertsproblem

$$x''(t) + 4x'(t) - 5x(t) = 6\delta(t-1), \qquad x(0) = 0, \quad x'(0) = 0.$$

$\delta(t-1)$ steht für die in 1 konzentrierte Dirac-Funktion.

4. Aufgabe 11 Punkte

Gegeben ist die partielle Differentialgleichung in $u(x,t)$:

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} - \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} + 2u(x,t) = 0.$$

a) Berechnen Sie alle nicht-verschwindenden Lösungen $u(x,t)$ mit $u(x,t) = X(x)T(t)$, die die Randbedingung $u(0,t) = u(\pi,t) = 0$ erfüllen.

b) Konstruieren Sie mit den Lösungen aus a) eine Lösung $u(x,t)$, die die Anfangsbedingung $u(x,0) = \sin 2x$ erfüllt.