Technische Universität Berlin

Fakultät II – Institut für Mathematik WS 09/10
A. Gündel-v. Hofe 17. Februar 2010

Februar – Klausur (Rechenteil)
Integraltransformationen und partielle Differentialgleichungen für Ingenieure

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen ist nur die **auf der ISIS-Kursseite angebotene** Laplacetabelle zugelassen. Taschenrechner und Formelsammlungen sind nicht zugelassen. Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Rechenaufgaben. Geben Sie immer den **vollständigen Rechenweg** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	Σ

1. Aufgabe
10 Punkte

Berechnen Sie die allgemeine Lösung für das Differentialgleichungssystem

$$\vec{y}\,'(t) = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 8 \\ -1 & -1 & -4 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix} \vec{y}(t)$$

2. Aufgabe
9 Punkte

Ermitteln Sie die Lösung für das Anfangswertsproblem

$$x''(t) + x'(t) - 6x(t) = 30\mathrm{e}^{-(t-1)}u_1(t), \qquad x(0) = 0, \quad x'(0) = 0.$$

Dabei ist $u_a(t)$ die Funktion, welche bei $t = a$ von 0 auf 1 springt (Heaviside-Funktion).

3. Aufgabe
9 Punkte

Lösen Sie das AWP

$$\frac{\partial u(t,x)}{\partial t} = 2\frac{\partial u(t,x)}{\partial x}, \qquad u(0,x) = \frac{1}{1+x^2}$$

mit Hilfe der Fouriertransformation.
Hinweise: Stellen Sie dazu erst ein AWP für die Funktion $U(t,k)$ mit

$$U(t,k) := \mathcal{F}[u(t,\cdot)](k) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} u(t,x)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}kx}\,\mathrm{d}x$$

auf.
Es gelten die Beziehungen

$$\mathcal{F}\left[\frac{1}{1+x^2}\right](k) = \pi\mathrm{e}^{-|k|}, \qquad \mathcal{F}\left[\mathrm{e}^{-|x|}\right](k) = \frac{2}{1+k^2}$$

und $\mathcal{F}[f(x)\mathrm{e}^{\mathrm{i}ax}](k) = \mathcal{F}[f(x)](k-a),\ a \in \mathbb{R}$.

4. Aufgabe
12 Punkte

Lösen Sie mit Hilfe des Separationsansatzes das Rand-Anfangswertproblem in $u(x,t)$:

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} - \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = 0,$$

$$\frac{\partial u(0,t)}{\partial x} = \frac{\partial u(\pi,t)}{\partial x} = 0, \quad u(x,0) = 5 + 2\cos 3x$$