Technische Universität Berlin

Fakultät II – Institut für Mathematik WS 09/10
A. Gündel-v. Hofe 17. Februar 2010

Februar – Klausur (Verständnisteil)
Integraltransformationen und partielle Differentialgleichungen für Ingenieure

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen ist nur die **auf der ISIS-Kursseite angebotene** Laplacetabelle zugelassen. Taschenrechner und Formelsammlungen sind nicht zugelassen. Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Verständnisaufgaben. Diese sollten ohne großen Rechenaufwand mit den Kenntnissen aus der Vorlesung lösbar sein. Geben Sie, wenn nichts anderes gesagt ist, immer eine **kurze Begründung** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	5	Σ

1. Aufgabe 9 Punkte

Ermitteln Sie für das reelle Anfangswertsproblem

$$y' = \mathrm{e}^{-y}, \qquad y(0) = 0$$

die Lösung zusammen mit dem maximalen Definitionsintervall, und begründen Sie, dass es keine weiteren Lösungen gibt.

2. Aufgabe 9 Punkte

Ermitteln Sie für die folgenden Differentialgleichungen jeweils einen Ansatz für eine *partikuläre* Lösung

a) $y'' - y' - 2y = x\mathrm{e}^x$,

b) $y'' + 9y = 2\cos x$,

c) $y'' - 2y' + y = x^2\mathrm{e}^x + 5x^3$.

Die Koeffizienten aus dem Ansatz brauchen **nicht** berechnet zu werden.

3. Aufgabe 8 Punkte

Ein kausales LTI–System reagiert auf die Erregung $a_{\text{in}}(t) = t$ mit der Antwort $a_{\text{out}}(t) = t^2$. Wie lautet die Antwort $b_{\text{out}}(t)$ bei einer Erregung $b_{\text{in}}(t) = t^2$?

4. Aufgabe 6 Punkte

Gegeben ist das Randanfangswertsproblem für $u(x,t)$:

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = -4\sin 2x, \qquad (*)$$

$$u(0,t) = u(\pi,t) = 0 \text{ für } t \geq 0; \qquad u(x,0) = \sin x \text{ für } x \in [0,\pi]$$

Finden Sie eine Lösung $u_{\text{p}}(x,t)$, die die inhomogene PDG $(*)$ erfüllt, und formulieren Sie dann die Rand- und Anfangsbedingungen, die an die homogene Lösung $u_{\text{hom}}(x,t)$ zu stellen sind.
Hinweis: Sie sollen dieses Randanfangswertproblem *nicht* vollständig lösen!

5. Aufgabe 8 Punkte

Welche der folgenden Aussagen sind **wahr**, und welche sind **falsch**?
(Jede richtige Antwort gibt 2 Punkte, für jede falsche Antwort werden 2 Punkte abgezogen, keine Antwort gibt 0 Punkte. Bei negativer Gesamtpunktzahl wird die Aufgabe mit 0 Punkten gewertet. Es sind keine Begründungen notwendig.)
Antworten Sie bitte *nur* auf Ihrem Arbeitsblatt!

a) Es gibt eine lineare DGL 3. Ordnung mit konstanten Koeffizienten, die die allgemeine Lösung $C_1 + C_2x^2 + C_3x^4,\ C_1, C_2, C_3 \in \mathbb{C}$ besitzt.

b) Ist eine stetige reelle Funktion $f : \mathbb{R}_0^+ \to \mathbb{C}$ beschränkt, so existiert ihre Laplacetransformierte $\mathcal{L}[f]$.

c) Die Fouriertransformierte einer ungeraden reellen Funktion besitzt mindestens eine Nullstelle.

d) Die Bessel-Differentialgleichung ist eine lineare Differentialgleichung.