

April – Klausur (Verständnisteil)
Integraltransformationen und partielle
Differentialgleichungen für Ingenieure

Name: Vorname:

Matr.-Nr.: Studiengang:

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen ist nur die **auf der ISIS-Kursseite angebotene** Laplacetabelle zugelassen. Taschenrechner und Formelsammlungen sind nicht zugelassen. Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Verständnisaufgaben. Diese sollten ohne großen Rechenaufwand mit den Kenntnissen aus der Vorlesung lösbar sein. Geben Sie, wenn nichts anderes gesagt ist, immer eine **kurze Begründung** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	5	Σ

1. Aufgabe

10 Punkte

Ermitteln Sie für das reelle Anfangswertsproblem

$$y' = -\frac{x}{y}, \quad y(0) = 1$$

die Lösung zusammen mit dem maximalen Definitionsintervall, und begründen Sie, dass es keine weiteren Lösungen gibt.

2. Aufgabe

6 Punkte

Die Auslenkung $x(t)$ eines schwingfähigen Systems unter Einfluss einer äußeren Kraft $F(t)$ wird durch die DGL

$$\ddot{x} + \alpha\dot{x} + \beta x = F(t)$$

mit Parametern $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ beschrieben. Welche Werte müssen die Parameter α und β annehmen, damit bei $F(t) = te^{-2t} \sin 3t$ der Resonanzfall eintritt?

3. Aufgabe

8 Punkte

Die Impulsantwort eines kausalen LTI-Systems ist gleich e^{-t} .

- Welche Antwort liefert das LTI-System auf die Erregung t ?
- Wie muss das LTI-System erregt werden, damit sich die Antwort t^3e^{-t} ergibt?

4. Aufgabe

8 Punkte

Lösen Sie das lineare Problem für $u(x, t)$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} + \frac{\partial u(x, t)}{\partial t} &= -e^{-x} \\ u(x, 0) &= 3e^{-x} \text{ für } x \in \mathbb{R}. \end{aligned} \quad (*)$$

Hinweise: Finden Sie für die PDG (*) eine partikuläre Lösung. Verwenden Sie für die *homogene* Lösung u_{hom} den Produktansatz $u_{\text{hom}}(x, t) = X(x)T(t)$. Dieses lineare Problem ist eindeutig lösbar.

5. Aufgabe

8 Punkte

Welche der folgenden Aussagen sind **wahr**, und welche sind **falsch**?

(Jede richtige Antwort gibt 2 Punkte, für jede falsche Antwort werden 2 Punkte abgezogen, keine Antwort gibt 0 Punkte. Bei negativer Gesamtpunktzahl wird die Aufgabe mit 0 Punkten gewertet. Es sind keine Begründungen notwendig.)

Antworten Sie bitte nur auf Ihrem Arbeitsblatt!

- Das Anfangswertsproblem $e^{y'} = y$, $y(0) = 1$ ist eindeutig lösbar.
- Die Laplacetransformierte einer stückweise stetigen Funktion von exponentieller Ordnung kann periodisch sein.
- Es gibt eine Funktion f , die proportional zu ihrer Fouriertransformierten ist: $\mathcal{F}[f](\omega) = Cf(\omega)$ mit einer geeigneten Zahl $C \in \mathbb{C}$.
- Die Bessel-Differentialgleichung besitzt eine Lösung, die konstant ist.