Technische Universität Berlin

Fakultät II – Institut für Mathematik SS 2010
Dr. Penn-Karras 20. Juli 2010

Juli – Klausur (Rechenteil)
ITPDG

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine Hilfsmittel zugelassen.

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Rechenaufgaben. Geben Sie immer den **vollständigen Rechenweg** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	Σ

1. Aufgabe

12 Punkte

a) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung des folgenden Differentialgleichungssystems:

$$\dot{\vec{x}}(t) = \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \vec{x}(t) \ .$$

b) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung des inhomogenen Systems

$$\dot{\vec{x}}(t) = \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \vec{x}(t) + \begin{pmatrix} -25e^{-t} \\ 0 \end{pmatrix}$$

durch Variation der Konstanten.

2. Aufgabe

9 Punkte

a) Bestimmen Sie die allgemeine (reelle) Lösung der Differentialgleichung durch Ansatz vom Typ der rechten Seite

$$y'' + y' - 2y = 20\sin(x)$$

b) Wie ist der Ansatz vom Typ der rechten Seite für folgende Inhomogenitäten zu wählen? (Es soll nur der Ansatz angegeben werden, nicht gelöst werden)

i) $x^2 e^x$, ii) $e^x \cos x$, iii) e^{-x}

3. Aufgabe

8 Punkte

Lösen Sie das folgende Anfangswertproblem mit der Methode der Laplace-Transformation:

$$\ddot{x}(t) + 2\dot{x}(t) = b(t) \ , \quad b(t) = \begin{cases} 0 & \text{für } t \leq 1 \\ 4 & \text{für } t > 1 \end{cases}$$

$$x(0) = 0 \quad , \quad \dot{x}(0) = 0$$

4. Aufgabe

11 Punkte

a) Bestimmen Sie alle (reellen) Lösungen der Differentialgleichung

$$u_{xx} + u_{tt} = 0$$

der Gestalt $u(x,t) = X(x)T(t)$, die periodisch in x sind.

b) Welche der in a) bestimmten Lösungen erfüllen weiterhin die Randbedingungen

$$u(0,t) = u(1,t) = 0 \ ?$$

c) Welche der in b) bestimmten Lösungen erfüllen weiterhin die Bedingung

$$\lim_{t\to\infty} u(x,t) = 0 \ ?$$

d) Bestimmen Sie die Lösung $u(x,t)$, die die Bedingungen aus b) und c) und weiterhin die Anfangsbedingung

$$u(x,0) = 2\sin(3\pi x) + 3\sin(4\pi x)$$

erfüllt.