

Juli – Klausur (Verständnisteil)  
ITPDG

Name: ..... Vorname: .....  
Matr.-Nr.: ..... Studiengang: .....

---

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine Hilfsmittel zugelassen.

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Verständnisaufgaben, sie sollten ohne großen Rechenaufwand mit den Kenntnissen aus der Vorlesung lösbar sein. Geben Sie, wenn nichts anderes gesagt ist, immer eine **kurze Begründung** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

---

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

---

**Korrektur**

1	2	3	4	5	$\Sigma$

### 1. Aufgabe

6 Punkte

Die Funktionen  $y_1(x)$  und  $y_2(x)$  bilden ein Fundamentalsystem einer linearen homogenen Differentialgleichung 2. Ordnung, deren Koeffizienten auf ganz  $\mathbb{R}$  definiert sind. Es gelte  $y_1(2) = 0$ .

- a) Kann  $y_2(2) = 0$  gelten?
- b) Kann  $y_2'(2) = 0$  gelten?

### 2. Aufgabe

8 Punkte

Die Funktionen  $y(x) = \sin(3x)$  und  $y(x) = e^{-x}$  sind Lösungen einer linearen Differentialgleichung 4. Ordnung mit reellen konstanten Koeffizienten. Kann die Funktion  $y(x) = \cos(2x)$  auch Lösung derselben Gleichung sein? Falls ja, geben Sie eine solche Differentialgleichung an, falls nein, begründen Sie Ihre Antwort.

### 3. Aufgabe

8 Punkte

- a) Zeigen Sie, dass  $y_1(t) = t + 2$  und  $y_2(t) = t^2$  ein Fundamentalsystem der Differentialgleichung

$$y'' - \frac{2t+4}{t^2+4t} y' + \frac{2}{t^2+4t} y = 0$$

bilden. Geben Sie die allgemeine Lösung der DGL an.

- b) Bestimmen Sie Lösung des Anfangswertproblems

$$y'' - \frac{2t+4}{t^2+4t} y' + \frac{2}{t^2+4t} y = 0, \quad y(1) = 1, \quad y'(1) = 0.$$

### 4. Aufgabe

9 Punkte

- a) Finden Sie die Funktion  $f : [0, \infty[ \rightarrow \mathbb{R}$  mit

$$\sin t * f(t) = t^2.$$

**Hinweis:** Wenden Sie die Laplace-Transformation an.

- b) Berechnen Sie folgende Fourier-Transformierte:

$$\mathcal{F} \left[ \frac{3}{4t^2 + 4t + 5} \right] (\omega).$$

Hierzu können Sie die Beziehung

$$\mathcal{F} \left[ \frac{1}{1+t^2} \right] (\omega) = \pi \exp(-|\omega|)$$

benutzen.

### 5. Aufgabe

9 Punkte

- a) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung:

$$\dot{x} = \cos(t)x^2. \tag{1}$$

- b) Lösen Sie die Anfangswertprobleme zu der DGL (1) mit

$$\text{i) } x(0) = \frac{1}{2} \quad \text{ii) } x(0) = 0.$$

- c) Ist die Lösung des Anfangswertproblems i) bzw. ii) jeweils eindeutig? Begründen Sie Ihre Antwort.