Technische Universität Berlin

Fakultät II – Institut für Mathematik SS 2010
Dr. Penn-Karras 13. Oktober 2010

Oktober – Klausur (Rechenteil)
ITPDG

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine Hilfsmittel zugelassen.

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Rechenaufgaben. Geben Sie immer den **vollständigen Rechenweg** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	Σ

1. Aufgabe 6 Punkte

a) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung des folgenden Differentialgleichungssystems:

$$\dot{\vec{x}}(t) = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \vec{x}(t) \ .$$

b) Bestimmen Sie die Lösung des Anfangswertproblems

$$\dot{\vec{x}}(t) = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \vec{x}(t)$$

$$\vec{x}(0) = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

.

2. Aufgabe 12 Punkte

Bestimmen Sie die allgemeine (reelle) Lösung der Differentialgleichung

$$y'' + 2y' + \alpha y = e^t$$

für die Werte
a) $\alpha = -3$, b) $\alpha = 1$, c) $\alpha = 5$.

3. Aufgabe 9 Punkte

Lösen Sie das folgende Anfangswertproblem mit der Methode der Laplace-Transformation:

$$\ddot{u} + 2\dot{u} - 3u = \delta(t-3) \ , \quad u(0) = 3 \ , \quad \dot{u}(0) = 3 \ .$$

δ bezeichnet die in 0 zentrierte Dirac-Funktion.

4. Aufgabe 13 Punkte

a) Bestimmen Sie alle (reellen) Lösungen der Differentialgleichung

$$u_{xx} = u_t + u \ , \quad x \in [0, \frac{\pi}{2}] \ , \quad t \geq 0 \qquad (1)$$

der Gestalt $u(x,t) = X(x)T(t)$, die periodisch in x sind.

b) Welche der in a) bestimmten Lösungen erfüllen weiterhin die Randbedingungen

$$u(0,t) = u(\frac{\pi}{2}, t) = 0 \ ? \qquad (2)$$

c) Bestimmen Sie mit Hilfe von Teil b) die Lösung des Randwertproblems (1) und (2), die die Anfangsbedingung

$$u(x,0) = 10\sin(2x) + \sin(6x)$$

erfüllt.