

Oktober – Klausur (Verständnisteil)
ITPDG

Name: Vorname:
Matr.-Nr.: Studiengang:

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine Hilfsmittel zugelassen.

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Verständnisaufgaben, sie sollten ohne großen Rechenaufwand mit den Kenntnissen aus der Vorlesung lösbar sein. Geben Sie, wenn nichts anderes gesagt ist, immer eine **kurze Begründung** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	Σ

1. Aufgabe

12 Punkte

- a) Geben Sie eine lineare, homogene Differentialgleichung mit konstanten, reellen Koeffizienten an, die die Lösung

$$y(t) = t^2 \sin t$$

hat. Wählen Sie die Ordnung der Differentialgleichung so niedrig wie möglich. Begründen Sie Ihre Wahl der Ordnung.

- b) Geben Sie ein Fundamentalsystem zu dieser DGI an.
c) Geben Sie einen Ansatz vom Typ der rechten Seite für eine partikuläre Lösung der inhomogenen Differentialgleichung an, wenn die Inhomogenität der in Teil a) bestimmten DGI

$$i) b(t) = \cos t, \quad ii) b(t) = t^2$$

lautet.

2. Aufgabe

6 Punkte

Welche der folgenden Aussagen sind wahr bzw. falsch? Es ist **keine Begründung** verlangt.

- a) Die Lösung der Differentialgleichung

$$u_t = \alpha^2 u_{xx}, \quad \alpha \in \mathbb{R}$$

ist eindeutig bis auf zwei Integrationskonstanten.

- b) Für die Fourier-Transformation gilt die Rechenregel

$$(\mathcal{F}[f])'(k) = \mathcal{F}[f'](k).$$

- c) Für zwei Funktionen $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$ gilt

$$f * (-g) = g * (-f).$$

Hinweis: Für jede richtige Antwort erhalten Sie zwei Punkte. Für jede falsche Antwort werden zwei Punkte abgezogen, bei negativer Gesamtpunktzahl wird die Aufgabe mit null Punkten gewertet.

3. Aufgabe

12 Punkte

- a) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$y' = 2xy^2.$$

- b) Bestimmen Sie jeweils die Lösung des Anfangswertproblems zu der Differentialgleichung $y' = 2xy^2$ mit Anfangswerten

$$i) y(0) = 0, \quad ii) y(0) = 1, \quad iii) y(0) = -1.$$

Geben Sie außerdem jeweils das maximale Existenzintervall der Lösung an.

- c) Begründen Sie, warum alle Anfangswertprobleme aus Teil b) eine eindeutige Lösung haben.

4. Aufgabe

10 Punkte

- a) Berechnen Sie die Laplace-Transformierte $\mathcal{L}\left[e^t(\cos t - \sin t)\right](s)$.

- b) Sei

$$Y(s) = \mathcal{L}[y(t)](s) = \ln\left(1 + \frac{1}{s^2}\right)$$

die Laplace-Transformierte von $y(t)$. Bestimmen Sie $y(t)$.

Hinweis:

Gehen Sie zur Lösung in folgenden Schritten vor:

1. Bestimmen Sie $\mathcal{L}[z(t)](s) = Z(s) = \frac{d}{ds} Y(s)$.
2. Berechnen Sie die Rücktransformierte $z(t)$.
3. Bestimmen Sie $y(t)$ durch Anwendung eines geeigneten Satzes.