Technische Universität Berlin

Fakultät II – Institut für Mathematik SS 11

Dr. G. Penn-Karras

Dr. C. Papenfuß 18. Juli 2011

Juli – Klausur
ITPDG für Ingenieure

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Neben einem handbeschriebenen A4-Blatt mit Notizen sind keine weiteren Hilfsmittel zugelassen. Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Auf jedes Blatt bitte Name und Matrikelnummer schreiben. Mit Bleistift oder Rotstift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Geben Sie im Rechenteil immer den **vollständigen Rechenweg** und im Verständnisteil, wenn nichts anderes gesagt ist, immer eine **kurze, aber vollständige Begründung** an. **Insbesondere soll immer klar werden, welche Sätze oder Theoreme verwendet wurden!** Ohne Begründung bzw. Rechenweg gibt es **keine Punkte!**

Die Bearbeitungszeit beträgt **90 Minuten**.

Die Gesamtklausur ist mit 30 Punkten bestanden, wobei in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 10 Punkten erreicht werden müssen.

Korrektur

1	2	3	Σ

4	5	6	7	Σ

<u>**Rechenteil**</u>

1. Aufgabe

8 Punkte

Lösen Sie das AWP $\vec{y}\,' = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 \\ -1 & 6 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \vec{y}\,, \quad \vec{y}(0) = \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

2. Aufgabe

10 Punkte

a) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$y'' + 4y' + \alpha y = 0$$

für die Parameterwerte $\alpha = 0$, $\alpha = 4$ und $\alpha = 8$.

→ bitte wenden

b) Bestimmen Sie mit Begründung die richtigen Ansatzfunktionen zur Ermittlung einer partikulären Lösung der folgenden Differentialgleichungen. Die Lösungen müssen nicht berechnet werden.

$$i)\ y'' + 4y' = 2t + 3\ , \qquad ii)\ y'' + 4y' + 8y = \cos(2t)\ .$$

3. Aufgabe

12 Punkte

Gegeben sei das AWP

$$\ddot{x}(t) + \omega^2 x(t) = b(t), \qquad t \geq 0\ , \quad x(0) = \dot{x}(0) = 0\ .$$

Hierbei sei $\omega > 0$ eine Zahl und $b : [0, \infty[\to \mathbb{R}$ eine Funktion.

a) Geben Sie die Übertragungsfunktion und die Impulsantwort an.

b) Bestimmen Sie die Lösung des Anfangswertproblems für $\omega = 2$ und $b(t) = \begin{cases} 2t, & t \leq 1 \\ 2, & 1 < t \end{cases}$.

<u>Verständnisteil</u>

4. Aufgabe

10 Punkte

a) Geben Sie eine lineare, homogene Differentialgleichung mit konstanten, reellen Koeffizienten an, die die Lösung

$$y(t) = e^{-t}\sin(2t) + t$$

hat. Wählen Sie die Ordnung der Differentialgleichung so niedrig wie möglich. Begründen Sie Ihre Wahl der Ordnung.

b) Geben Sie ein Fundamentalsystem zu dieser DGl an.

5. Aufgabe

6 Punkte

Zeigen Sie, dass $y(x) = 0$ und $y(x) = (x-2)^5$ Lösungen des Anfangswertproblems $y' = 5y^{\frac{4}{5}}\ ,\ y(2) = 0$ sind. Widerspricht dieses Ergebnis dem Existenz- und Eindeutigkeitssatz?

6. Aufgabe

7 Punkte

Bestimmen Sie eine Funktion $f : [0, \infty[\to \mathbb{R}$, die folgende Integralgleichung erfüllt:

$$\int_0^t f(t-\tau) f(\tau) d\tau = 4te^t.$$

7. Aufgabe

7 Punkte

Gegeben seien die folgenden partiellen Differentialgleichungen

$$a)\ u_x + (x-t)u_t = 0\ , \qquad b)\ u_{xx} + 3u_{xt} + u_t = 0\ .$$

Eine der beiden PDGs lässt sich durch einen Produktansatz separieren. Entscheiden Sie, welche es ist und geben Sie die gewöhnlichen DGL an, die dabei entstehen. Die DGL müssen nicht gelöst werden.