Technische Universität Berlin

Fakultät II – Institut für Mathematik WS 2011/2012
Dozent: Prof. D. Hömberg
Assistentin: Dr. C. Papenfuss 19. März

April-Klausur
Integraltransformationen und partielle Differentialgleichungen für Ingenieure

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Es ist ein handbeschriebenes A4 Blatt mit Notizen, sowie die Laplace-Tabelle zugelassen. Taschenrechner und Formelsammlungen sind nicht zugelassen. Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Die Bearbeitungszeit beträgt **90 Minuten**.

Die Gesamtklausur ist mit **30** von **60** Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens **10** von **30** Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	Σ

4	5	6	Σ

Rechenteil

1. Aufgabe

8 Punkte

Bestimmen Sie die Lösung des Anfangswertproblems

$$\dot{\vec{x}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \vec{x} \ , \quad \vec{x}(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} \ .$$

2. Aufgabe

10 Punkte

Bestimmen Sie die Lösung des Anfangswertproblems mit der Methode der Laplace-Transformation:

$$y'' - y' - 2y = \delta_1(t) \ , \quad y(0) = 3 \ , \quad y'(0) = 0 \ .$$

$\delta_1(t)$ bezeichnet die in 1 zentrierte Dirac-Funktion.

3. Aufgabe

12 Punkte

a) Bestimmen Sie alle Lösungen $u(x, y)$ der Gestalt $X(x)Y(y)$ der partiellen Differentialgleichung

$$u_{xx} + u_{yy} = 0$$

auf dem Quadrat $Q = \{0 < x < \pi, \ \ 0 < y < 2\}$, die periodisch in x sind.

b) Welche der Lösungen aus a) erfüllen zusätzlich die Bedingungen

$$u(0, y) = u(\pi, y) = 0 \ ?$$

c) Lösen Sie das Randwertproblem

$$\begin{aligned} u_{xx} + u_{yy} &= 0 \ , \\ u(0, y) = u(\pi, y) &= 0 \\ u(x, 0) = 0, \quad u(x, 2) &= 6\sin(4x) \ . \end{aligned}$$

Verständnisteil

4. Aufgabe

13 Punkte

Geben Sie alle Lösungen der folgenden partiellen Differentialgleichungen an, die man mithilfe eines Produktansatzes findet:

a)

$$3u_x - 2u_y = 0 \ ,$$

b)

$$y^2 u_x + x^2 u_y = 0 \ ,$$

c)

$$u_{tt} + u_{xxxx} = 0$$

5. Aufgabe

9 Punkte

Geben Sie für die folgenden Differentialgleichungen jeweils eine partikuläre Lösung an, indem Sie die Methode 'Ansatz vom Typ der rechten Seite' anwenden:

a)

$$y'' + y' - 6y = t^2 e^{-2t} + t\sin(3t)$$

b)

$$y'' + 2y' + 5y = \cos(2t)$$

c)

$$y'' - 2y' + y = e^t$$

6. Aufgabe

8 Punkte

Entscheiden Sie, ob folgende Aussagen wahr oder falsch sind und geben Sie jeweils eine kurze Begründung an.

a) Wenn $y_1(t) = t$ eine Lösung einer linearen homogenen Differentialgleichung mit konstanten Koeffizienten ist, dann ist auch $y_2(t) = 1$ eine Lösung derselben DGl.

b) Die Fourier-Transformierte einer reellwertigen geraden Funktion ist eine reellwertige gerade Funktion.

c) Das Anfangswertproblem

$$y' = \ln(y^2) \ , \quad y(0) = 1$$

hat genau eine Lösung.

d) Für $n \in \mathbb{N}$ gilt:

$$t^n * t^n = t^{2n} \ .$$