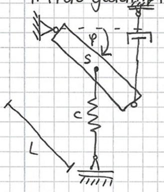
Kinematik und Dynamik zehn WS 15/16

1. Freie gedämpfte Schwingung $(9+2+3+9) = 23$ P.



$\downarrow g$

a) zeigen sie, dass das System durch die Folgende nicht-lineare DGL beschrieben wird:

$$\frac{1}{3} m L^2 \ddot{\varphi} + b L^2 \dot{\varphi} \cos^2\varphi + \frac{c L^2}{4} \sin\varphi \cos\varphi = \frac{m g L}{2} \cos\varphi$$

b) Linearisieren sie die DGL für kleine Winkel φ um die Nulllage $(\varphi = 0)$ und bestimmen sie daraus die Eigenfrequenz ω_0 der ungedämpften Schwingung.

c) Wie groß muss die Dämpferkonstante b gewählt werden, damit das linearisierte System schwingungfähig ist?

d) Geben sie im Schwingfall die Gesamtlösung $\varphi(t)$ der DGL bei den Anfangsbedingungen $\varphi(t=0) = 0$, $\dot{\varphi}(t=0) = \hat{\omega}$ an. Beachten sie dabei die statische Auslenkung des Systems.

geg: m, L, $J^S = \frac{1}{12} m L^2$, c, b, g, $\hat{\omega}$

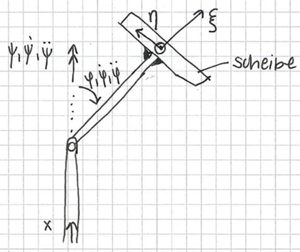
2. Kreiselgleichungen $(4+11)=15P$

Der skizzierte Roboterarm besteht aus dem um die x-Achse drehbaren Unterteil und einem Schwenkarm auf dem fest eine dünne homogene Scheibe sitzt (ξ, η, ζ ist ein körperfestes Hauptachsensystem). Das Unterteil und der Schwenkarm werden als masselos angesehen.

a) Bestimmen Sie den Winkelgeschwindigkeitsvektor $\vec{\omega}$ der Scheibe im körperfesten $\xi\eta\zeta$-Hauptachsensystem.

b) Berechnen Sie aus allgemeinen vorgegebenen Winkelverläufen $\psi(t)$ und $\varphi(t)$ mit Hilfe der Euler'schen Kreiselgleichungen das zu dieser Bewegung notwendige Moment $\vec{m}$.

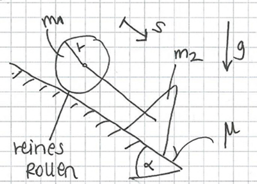
geg: m, $J_\xi = 2J_\eta = 2J_\zeta = 2J$, $\psi(t)$, $\varphi(t)$



3. Verallgemeinerter Energiesatz 9P.

Körper mit starrer Stange verbunden. Walze rollt schlupffrei ab, am Klotz m_2 wirkt coulomb'sche Reibung (Reibkoeffizient μ).
Wie muss Anfangsgeschwindigkeit $v_{S_1}(t_0) = v_0$ gewählt werden, damit das System nach der Länge $s = 7r$ zum Stehen kommt?

geg: $r, m_1, m_2 = 2m_1, J_{S1} = \frac{1}{2} m_1 r^2, \alpha, g, \mu$



4. B. Stoß- und Punktkinematik (4+8+2+4+15) = 33P.

Kugel aus H auf um α geneigte Platte fallen gelassen. Kugeln mit Stoßzahl $>k$ sollen Barriere A überspringen. Wie sind die Koordinaten des Punktes A zu wählen, wenn h den vertikalen Abstand und s den horizontalen Abstand des Kontaktpunktes zu A beschreibt? Luftwiderstand vernachlässigbar

a) $\vec{v}_1$ der Kugel bestimmen vor dem Stoß in $\vec{e}_n, \vec{e}_t$.

b) Geschwindigkeit $\vec{c}_1$ Kugel nach dem Stoß für ideal glatte Oberfläche in $\vec{e}_n, \vec{e}_t$ bestimmen, $|\vec{c}_1|$ bestimmen.

c) Zusammenhang α, β?

d) ~~Energieerhaltungssatz~~: in $\vec{e}_x, \vec{e}_y$ Bestimme h. γ gegeben, $|\vec{c}_1|$ Geschwindigkeit nach Stoß.

e) Punktkinematik:
Geschwindigkeit nach Stoß gegeben: $|\vec{c}_1| = c_0$
gesucht: s in $\vec{e}_x, \vec{e}_y$.
Anfangsbedingungen: $\vec{s}(t=0)=0$, $\vec{v}(t=0)=\vec{c}_1$
$\vec{a}(t) = -g\vec{e}_y$

geg: $\alpha, m, k, \gamma, c_0, g, H$