Musterlösung zur Klausur

Grundlagen der Künstlichen Intelligenz

25.7.2002

Name, Vorname: ______________________________

Matrikelnummer: ______________________________

Studiengang: ◯ Informatik StuPO90 ◯ Technische Informatik POneu ◯ Mathematik

◯ Sonstiger: . . . . Prüfungsordnung: . . . .

Hinweise:

- Bitte versehen Sie vor Bearbeitung der Klausur alle Blätter mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer!
- Bitte nicht mit einem roten oder grünen Stift und nicht im Korrekturrand schreiben.
- Bitte keinen Bleistift, keinen Tintenkiller und kein TippEx benutzen.
- Die Vorder- und Rückseiten der Blätter können verwendet werden.
- Überprüfen Sie, ob Sie alle **18** Seiten der Klausur erhalten haben.
- Schreiben Sie bitte leserlich!

Dieser Teil ist zur Auswertung bestimmt und soll von den Teilnehmerinnen und Teilnehmern der Klausur nicht ausgefüllt werden!

	Aufgabe 1	**Aufgabe 2**	**Aufgabe 3**	**Aufgabe 4**	**Aufgabe 5**	**Aufgabe 6**	**Gesamt**
Erreichbare Punktzahl	8 Punkte	6 Punkte	8 Punkte	10 Punkte	6 Punkte	12 Punkte	50 Punkte
Punkte							

Name: *Matrikelnummer:*

Aufgabe 1: Problemlösen/PROLOG **(8 Punkte)**

Das Missionare-und-Kannibalen-Problem: Zwei Missionare und zwei Kannibalen wollen mit Hilfe eines Bootes einen Fluß überqueren. Das Boot trägt höchstens zwei Personen. Zunächst befinden sich alle vier Personen und das Boot auf der linken Seite des Flußes. Wenn sich auf einer Seite des Flusses mehr Kannibalen als Missionare befinden, so werden die Missionare gefressen. In solchen Zuständen soll keine Operation mehr anwendbar sein.

(a) **(2 Punkte)** Beschreiben Sie den **Anfangszustand** in PROLOG-Notation (Fakten). Verwenden Sie hierfür und für Aufgabenteil b) die folgenden Prädikate und Konstanten.

- *miss(P,A)*: *A* Missionare befinden sich an Position $P \in \{links, rechts\}$. *A* ist eine natürliche Zahl ≥ 0.
- *kann(P,A)*: *A* Kannibalen befinden sich an Position $P \in \{links, rechts\}$.
- *boot(P)*: Das Boot befindet sich an Position *P*.
- *pos(X,Y)*: Ein Hilfsprädikat. Jeder Zustand enthält die beiden Fakten *pos(links,rechts)* und *pos(rechts,links)*. Wichtig für Aufgabenteil b).

```
miss(rechts,2). miss(links,0). kann(rechts,2). kann(links,0).
pos(links,rechts). pos(rechts,links). boot(rechts).
```

Punkte	

(b) **(6 Punkte)** Wir nehmen an, daß der jeweils aktuelle Zustand mit den Prädikaten aus Aufgabenteil a) in Form von Fakten in einer PROLOG-Datenbasis gegeben ist.

Definieren Sie die **Vorbedingung** der Produktionsregel *fahren(M, K, X, Y)* als PROLOG-Prädikat *pre(M, K, X, Y)*. *M* ist die Anzahl der Missionare, die fahren soll. *K* ist die Anzahl der Kannibalen. *X* und *Y* sind die Positionen (Ufer).

pre(M, K, X, Y) soll genau dann wahr sein, wenn gilt:

- Alle Variablen sind mit zulässigen Werten belegt. Verwenden sie das Typ-Praedikat *nat(...)*, um auszudrücken, daß eine Variable eine ganze Zahl ≥ 0 enthalten muß.
- Es fährt mindestens eine Person. Es können maximal soviele Personen des betreffenden Typs abfahren, wie sich an dem jeweiligen Ufer befinden. Es dürfen nicht mehr als zwei Personen fahren.
- Das Boot findet sich am richtigen Ufer.
- Es gibt kein Ufer, an dem sich mindestens ein Missionar und mehr Kannibalen als Missionare befinden.

Hinweis: Sie dürfen alle PROLOG-Konstrukte verwenden. Über die Einbindung von *pre* und die Realisierung der ADD- und DEL-Listen müssen Sie sich keine Gedanken machen. Der Aufruf *A is B+C* berechnet *A* als Summe von *B* und *C*. Zahlen kann man mit $<$, $>$, $<=$, $>=$ vergleichen.

```
pre(M, K, X, Y) :-
        nat(K), nat(M),
        pos(X,Y),
        miss(X,MX), miss(Y,MY), kann(X,KX), kann(Y,KY),
        M <= MX, K <= KX,
        Sum is M + K, Sum<=2, Sum>1,
        boot(X),
        not(MX>0,KX>MX),
        not(MY>0,KY>MY).
```

Punkte	

Name: *Matrikelnummer:*

Aufgabe 2: Constraints (6 Punkte)

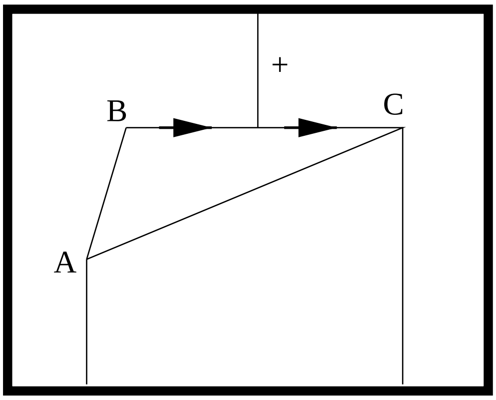
Der Waltz-Algorithmus:

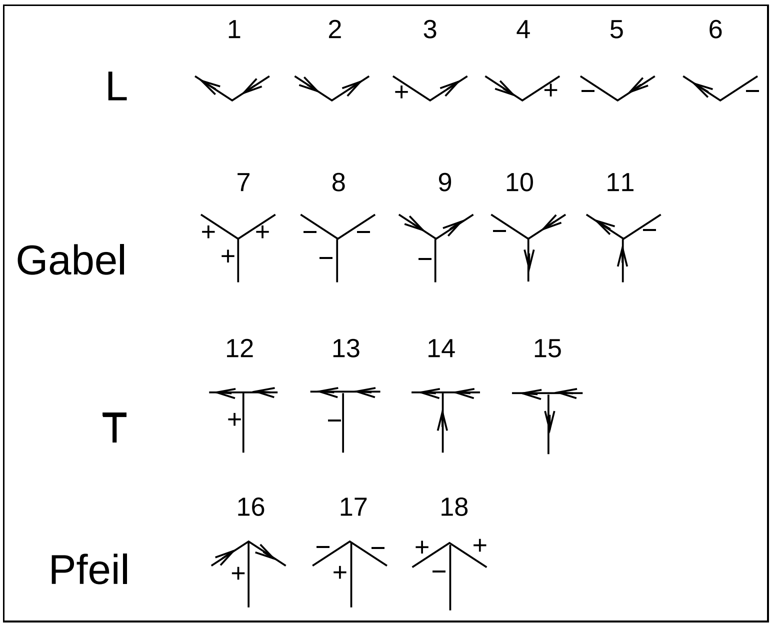
1 Erzeugen Sie eine alphabetisch geordnete Liste mit allen Knoten.
2 Bis die Liste leer ist:
  2.1 Entfernen Sie den ersten Knoten aus der Liste. Dies ist der aktuelle Knoten.
    2.1.1 Wenn der aktuelle Knoten noch nie besucht wurde: Weisen Sie ihm eine Wertemenge ("Pile") zu, die alle möglichen Werte für seinen Typ enthält. Es ist ein "pile change" aufgetreten.
    2.1.2 Wenn ein Wert der Wertemenge des aktuellen Knotens zu keinem der Werte eines Nachbarknotens, für den schon ein Pile erzeugt wurde, paßt, so wird dieser Wert gelöscht. Es ist ein "pile change" aufgetreten.
  2.2 Wenn ein "pile change" aufgetreten ist, werden die Nachbarknoten mit einem Pile in alphabetischer Reihenfolge zum Anfang der Liste hinzugefügt, sofern sie noch nicht in der Liste enthalten sind.

Punkte	

Name: *Matrikelnummer:*

(a) **(4 Punkte)** Wenden Sie den Waltz-Algorithmus auf die folgenden Konfiguration an. B und C sind nicht benachbart. Der Zwischen B und C liegende Knoten soll aus Aufwandsgründen nicht in die Queue aufgenommen werden. Das Vorwissen kann in Schritt 2.1.2 zur Einschränkung des Piles des gerade betrachteten Knotens verwendet werden.





Verwenden Sie die folgende Tabelle zur Darstellung Ihrer Lösung.

Liste	akt. Knoten	Pile nach 2.1.1	Pile nach 2.1.2	Pile Change?
ABC	A	16-18	=	+
BC	B	1-6	1,6	+
AC	A	=	16,17	+
BC	B	=	=	-
C	C	16-18	16	+
A	A	=	=	-

Punkte	

(b) (2 Punkte)

Zeigen oder widerlegen Sie, daß die gefundenen Wertemengen global konsistent sind.

```
Die Wertemengen sind global konsistent, da jeder Wert in ei-
ner erfüllenden Belegung vorkommt:

16,1,16

und

17,6,16

alternativ: Zyklenfreiheit des Contraint-Netzes impliziert,
daß lokal konsistente Wertemengen auch global konsistent
sind. Der Waltz-Algorithmus produziert lokal konsistente Wer-
temengen.
```

Punkte	

Name: *Matrikelnummer:*

Aufgabe 3: Logik **(8 Punkte)**

(a) **(6 Punkte)** Zeigen Sie mit Resolution daß $\exists A\ \exists B\ r(A,B)$ aus

$$\sim \exists X\ \exists Y\ \forall Z\ [\sim (\sim p(X,Y) \vee (q(X,Z) \wedge r(X,Z)))]$$
$$\wedge p(a,b)$$

folgt. *a* und *b* seien Konstanten. Gestalten Sie den Beweis nachvollziehbar (Beweisstruktur, Resolutionsschritte, Unifikatoren).

Umformung in Klauselform:

1. Beseitigung Imp.-Pfeil:

$$\sim \exists X\ \ \exists Y\ \ \forall Z\ \ [\sim (\sim p(X,Y) \vee (q(X,Z) \wedge r(X,Z)))]$$
$$\wedge p(a,b)$$

2. Neg. nach innen:

$$\forall X\ \ \forall Y\ \ \exists Z\ \ (\sim p(X,Y) \vee (q(X,Z) \wedge r(X,Z)))$$
$$\wedge p(a,b)$$

3. Skolemisierung:

$$\forall X\ \ \forall Y\ \ (\sim p(X,Y) \vee (q(X,f(X,Y)) \wedge r(X,f(X,Y))))$$
$$\wedge p(a,b)$$

4. dto.
5. dto.
6. Disjunktion nach Innen:

$$\forall X\ \ \forall Y\ \ (\sim p(X,Y) \vee q(X,f(X,Y))) \wedge (\sim p(X,Y) \vee r(X,f(X,Y)))$$
$$\wedge p(a,b)$$

7. Zerlegung und Umbenennung:

$$\forall X\ \ \forall Y\ \ (\sim p(X,Y) \vee q(X,f(X,Y)))$$
$$\forall X1\ \ \forall Y1\ \ (\sim p(X1,Y1) \vee r(X1,f(X1,Y1)))$$
$$p(a,b)$$

8. Quantoren weglassen:

$$(1)(\sim p(X,Y) \vee q(X,f(X,Y)))$$
$$(2)(\sim p(X1,Y1) \vee r(X1,f(X1,Y1)))$$
$$(3)p(a,b)$$

Punkte	

Behauptung negieren und in Klauselform bringen liefert:

(4) $\sim r(A,B)$.

Resolution von (4) mit (2), Unif. $\{A \leftarrow X1, B \leftarrow f(X1,Y1)\}$, liefert

(5) $\sim p(X1,Y1)$.

Resolution von (5) und (3) mit Unif. $\{X1 \leftarrow a, Y1 \leftarrow b\}$.

nil

q.e.d.

Punkte	

Name: *Matrikelnummer:*

(b) **(2 Punkte)** Geben Sie mit Hilfe einer geeignet aufgebauten Wahrheitstabelle den Wahrheitswert der Formel

$$\begin{aligned} & [\sim \exists X\ \exists Y\ \forall Z\ [\sim (\sim p(X,Y) \vee (q(X,Z) \wedge r(X,Z)))] \wedge p(a,b)] \\ \rightarrow\ & [\exists A\ \exists B\ r(A,B)] \end{aligned}$$

an.

`Betrachte die Formeln F (gegebene Formel) und G aus Aufgabenteil a). F impliziert G.`

F	G	F $\rightarrow$ G
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

`Der 3. Fall kann aber wegen a) nicht vorkommen. D.h. Die gegebene Formel ist immer wahr, d.h. eine Tautologie.`

Punkte	

Name: *Matrikelnummer:*

Aufgabe 4: Perzeptron **(10 Punkte)**

Betrachten Sie im Folgenden ein aus einem einzelnen Neuron bestehendes Perzeptron mit den Eingängen x_1, x_2, den Gewichten w_1 und w_2, sowie der Schwelle θ. Die Ausgabe k des Perzeptrons sei entweder 1 oder -1.

(a) **(3 Punkte)** Das Perzeptron habe nun die Gewichte $w_1 = -1$, $w_2 = -1$ und die Schwelle sei $\theta = 2$. Geben sie die zugehörige Geradengleichung an. Markieren Sie in folgendem Diagramm (nächste Seite) die am besten passende Gerade und skizzieren Sie ihre Normale. Geben Sie den euklidischen Abstand des Punktes $(7,11)$ zur Geraden an.

`(Im Folgenden werden Vektoren als Zeilenvektoren dargestellt.) Geradengleichung`

$(-1,-1)x - 2 = 0$

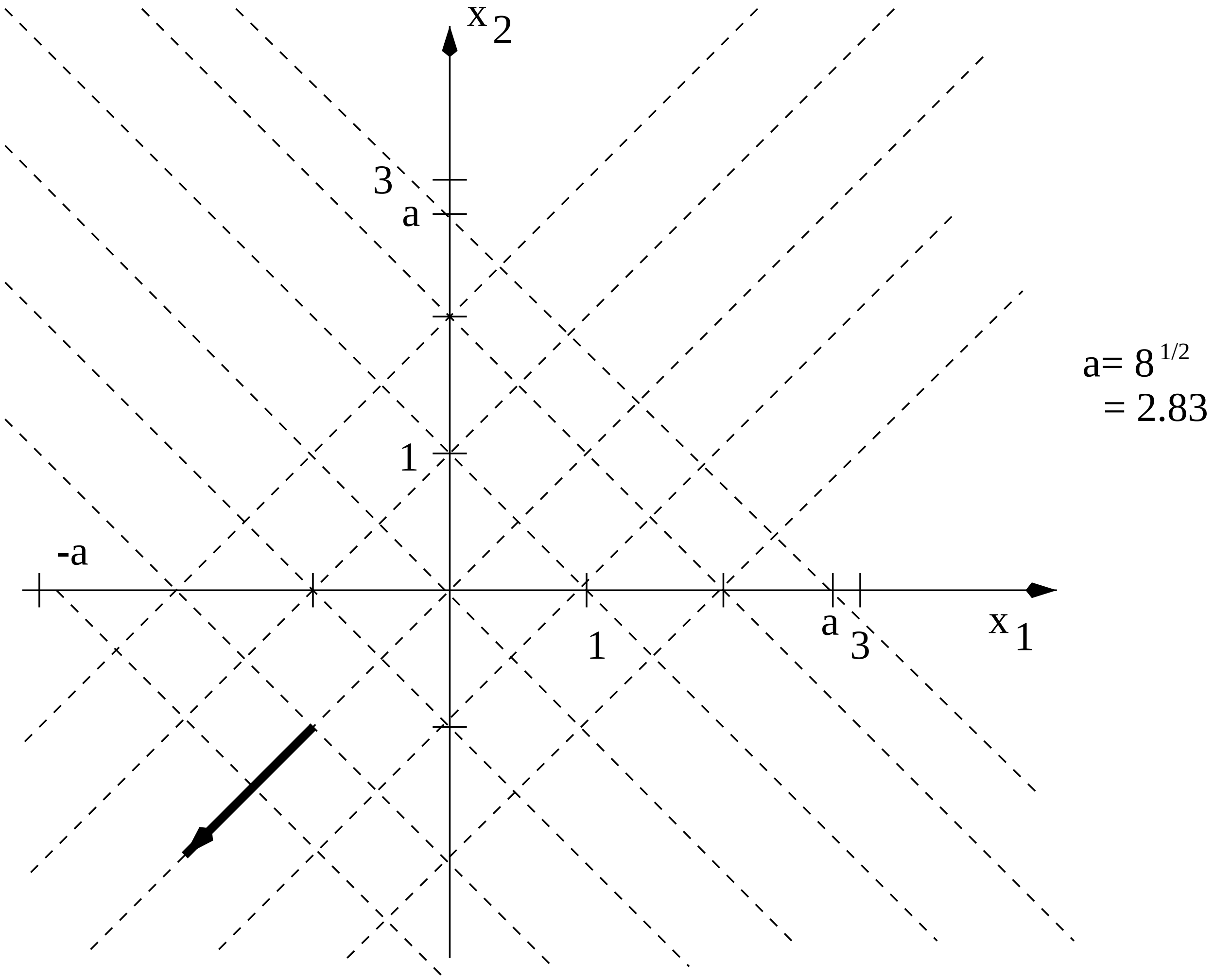
`Den Abstand erhält man nach Normieren durch Einsetzen in die Gleichung, d.h.`

$$d = \frac{1}{\sqrt{2}}((-1,-1)(7,11) - 2)$$

.

Punkte	

Name: *Matrikelnummer:*



(b) **(3 Punkte)** Es liege nun das neue Beispiel $(2,2)$ vor, von dem wir annehmen, daß es vom gegebenen Perzeptron falsch klassifiziert wird. Wenden Sie die Perzeptron-Lernregel an. Geben Sie das geänderte Perzeptron an.

`Klassifikation mit gegebenem Perzeptron:`

$wx = -6$, `also Klasse` 0.

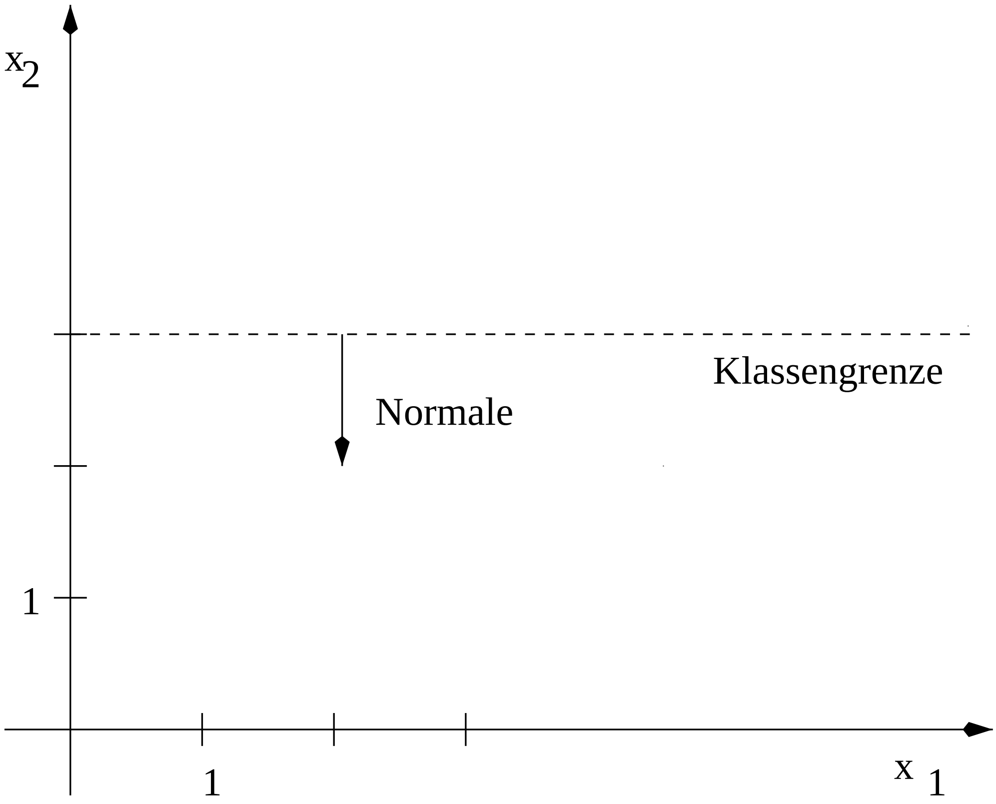
$w' = w + (2,2) = (1,1)$

$\theta' = \theta - 1 = 1$

Punkte	

Name: *Matrikelnummer:*

(c) **(2 Punkte)** Wir betrachten nun das folgende Perzeptron:



– Geben Sie die Geradengleichung in Hesse-Form an.
$(0,-1)x+3=0$

– Von welchen Merkmalen hängt die Klassifikation mit dem gegebenem Perzeptron *effektiv* ab?
`nur von` x_2

Punkte	

Name: *Matrikelnummer:*

(d) **(2 Punkte)** Wir betrachten nun Merkmalsvektoren mit n Attributen. Es seien $\overline{w}$ der erweiterte Gewichtsvektor und $\overline{x}$ der erweiterte Merkmalsvektor, von dem wir annehmen daß er zur Klasse 1 gehört und durch das mit $\overline{w}$ gegebene Perzeptron falsch klassifiziert wird. Sei $\overline{w}'$ der durch den Lernalgorithmus geänderte Gewichtsvektor.

Zeigen Sie: $\overline{w}'\overline{x} \geq \overline{w}\overline{x}$.

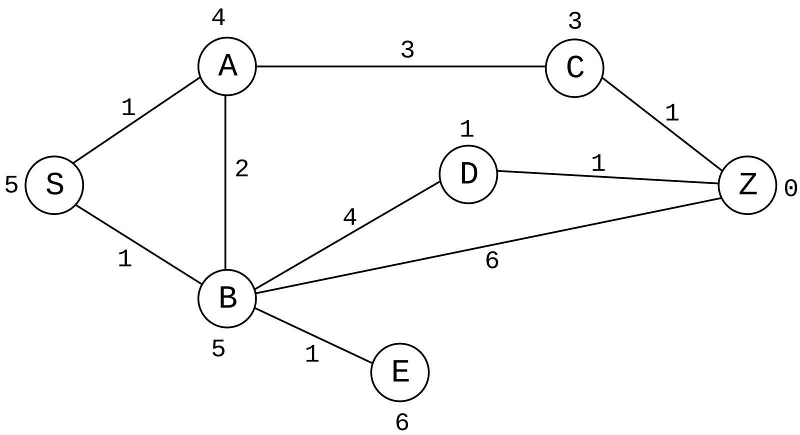
$\overline{w}'\overline{x} = (\overline{w}+\overline{x})\overline{x} = \overline{w}\overline{x}+\overline{x}\overline{x} = \overline{w}\overline{x}+|\overline{x}||\overline{x}| >= \overline{w}\overline{x}$

Punkte	

Name: *Matrikelnummer:*

Aufgabe 5: Suchalgorithmen **(6 Punkte)**

Die folgenden Teilaufgaben beziehen sich auf folgenden gewichteten Graphen:



Dabei stehen die (tatsächlichen) Kosten für eine Operation an der entsprechenden Kante, die Restwegkostenabschätzung an den jeweiligen Knoten.

(a) **(2 Punkte)** Wie muß man den Graphen korrigieren, damit er alle allgemeinen Voraussetzungen für eine erfolgreiche Anwendung von A^* erfüllt (kurze Begründung).

Die Abschätzung der Restwegkosten muß eine untere Schranke der tatsächlichen Kosten sein. Die Abschätzung für Knoten C ist zu hoch (also keine untere Schranke).
Abhilfe: Werte für $h^*(C) \in [0,1]$

Punkte	

Name: *Matrikelnummer:*

(b) **(4 Punkte)** In der Vorlesung wurden Algorithmen für A^*, Branch&Bound, Gradientenmethode und Breitensuche betrachtet, die eine Liste von partiellen Pfaden entwickeln. Geben Sie für jedes der vier genannten Verfahren einen Grund an, warum dieses den folgenden Ablauf *nicht* erzeugt haben kann:

1. $[(S)_5]$
2. $[(S,A)_4,(S,B)_5]$
3. $[(S,A,C)_3,(S,A,B)_5,(S,B)_5]$
4. $[(S,A,C,Z)_0,(S,A,B)_5,(S,B)_5]$
5. fertig

Hinweis: Es gibt mehrere Antwortalternativen.

A^* verwendet Kosten und Schätzung, sowie dynamische Programmierung. D.h. der Pfad (S,A) hätte die Bewertung 5. Einer der beiden Pfade (S,A,B) und (S,B) würde gelöscht werden.

BB verwendet akkumulierte Kosten, D.h. der Pfad (S,A) hätte die Bewertung 1.

Gradientenmethode würde (S,A,B) und $(S,B)_5$ nicht in der Queue behalten.

Breitensuche verwendet keine Kosten und fügt die Pfade hinten an. D.h. (S,A,C) würde nach (S,B) entwickelt werden.

Punkte	

Name: *Matrikelnummer:*

Aufgabe 6: Entscheidungsbaumverfahren **(12 Punkte)**

Nehmen Sie in allen Teilaufgaben an, daß die Wertebereiche der Attribute bei 1 beginnen.

(a) **(4 Punkte)** Gegeben sind folgende Merkmalsvektoren v_1 bis v_6 mit den Merkmalen x_1 bis x_3. Die Merkmalsvektoren sind klassifiziert mit der Klasse k.

	x_1	x_2	x_3	k
v_1	1	1	1	A
v_2	1	2	1	B
v_3	1	1	2	A
v_4	2	1	2	A
v_5	1	1	3	A
v_6	2	2	2	B

Zeigen Sie in einer Handsimulation, wie der Entscheidungsbaumalgorithmus CAL2 einen Entscheidungsbaum konstruiert. Verwenden Sie die vorgegebene Tabelle, in der jeweils die Nummer des aktuellen Schrittes, der verwendete Merkmalsvektor und der Resultatbaum steht. Verwenden Sie zur Darstellung der Bäume die linearisierte Form aus dem GKI-Skript.

Punkte	

Name: *Matrikelnummer:*

Schritt	Merkmalsvektor	erhaltener Baum
0	–	$*$
1	v_1	A
2	v_2	$x_1(\mathrm{B}, *)$
3	v_3	$x_1(x_2(\mathrm{A}, *), *)$
4	v_4	$x_1(x_2(\mathrm{A}, *), \mathrm{A})$
5	v_5	$x_1(x_2(\mathrm{A}, *), \mathrm{A})$
6	v_6	$x_1(x_2(\mathrm{A}, *), x_2(*, \mathrm{B}))$
7	v_1	$x_1(x_2(\mathrm{A}, *), x_2(*, \mathrm{B}))$
8	v_2	$x_1(x_2(\mathrm{A}, \mathrm{B}), x_2(*, \mathrm{B}))$
9	v_3	$x_1(x_2(\mathrm{A}, \mathrm{B}), x_2(*, \mathrm{B}))$
10	v_4	$x_1(x_2(\mathrm{A}, \mathrm{B}), x_2(\mathrm{A}, \mathrm{B}))$
11	v_5	$x_1(x_2(\mathrm{A}, \mathrm{B}), x_2(\mathrm{A}, \mathrm{B}))$
12	v_6	$x_1(x_2(\mathrm{A}, \mathrm{B}), x_2(\mathrm{A}, \mathrm{B}))$
13	v_1	$x_1(x_2(\mathrm{A}, \mathrm{B}), x_2(\mathrm{A}, \mathrm{B}))$
14	v_2	$x_1(x_2(\mathrm{A}, \mathrm{B}), x_2(\mathrm{A}, \mathrm{B}))$
15	v_3	$x_1(x_2(\mathrm{A}, \mathrm{B}), x_2(\mathrm{A}, \mathrm{B}))$

Punkte	

Name: *Matrikelnummer:*

(b) **(5 Punkte)** Betrachten Sie folgenden Entscheidungsbaum:

$$m_1(m_2(m_3(\text{A, A, A}), \text{B}), m_2(m_3(\text{C, C, C}), m_3(*,\text{B},*))).$$

Vereinfachen Sie den Baum so weit wie möglich. Ist ein Attribut bedingt irrelevant oder redundant, so geben Sie bitte das Attribut und die Bedingungen an.

Schritt	Baum	Regel, Attr. + Bedingung
0	$m_1(m_2(m_3(\text{A, A, A}), \text{B}), m_2(m_3(\text{C,C,C}), \text{B}))$	Red.-regel, m_3, Bed: $m_1 = 2$ u. $m_2 = 2$
1	$m_1(m_2(\text{A, B}), m_2(m_3(\text{C,C,C}), \text{B}))$	Symmetrieregel, m_3, Bed: $m_1 = 1$ u. $m_2 = 1$
2	$m_1(m_2(\text{A, B}), m_2(\text{C, B}))$	Symmetrieregel, m_3, Bed: $m_1 = 2$ u. $m_2 = 1$
4	$m_2(m_1(\text{A, C}), m_1(\text{B, B}))$	Vertauschungsregel
5	$m_2(m_1(\text{A,C}), \text{B})$	Symmetrieregel, m_1, Bed: $m_2 = 2$

Punkte	

Name: *Matrikelnummer:*

(c) **(1 Punkt)** Betrachten Sie im Folgenden den mit dem Lernverfahren CAL3 soweit erhaltenen Entscheidungsbaum

$m_1(m_2(/59A, 40B/, /5A/), /9B/)$.

Eine repräsentative Statistik wird bei 100 Beispielen in einem Endknoten erreicht.
Im nächsten Lernschritt verarbeitet CAL3 den Vektor

$(m_1 = 2, m_2 = 1, m_3 = 2, k = B)$.

Die Dominanzschwelle sei hierbei 0.59. Geben Sie den Ergebnisbaum nach dem Lernschritt an.

$$b = m_1(m_2(/59A, 40B/, /5A/), /10B/)$$

(d) **(2 Punkte)** Wie sieht der Baum nach dem nächsten Trainingsbeispiel

$(m_1 = 1, m_2 = 1, m_3 = 2, k = B)$

aus? Welches Ergebnis würde erzielt, wenn stattdessen das Beispiel

$(m_1 = 1, m_2 = 1, m_3 = 2, k = A)$

lauten würde?

$$b = m_1(m_2(m_3(*, /1B/), /5A/), /10B/)$$

$$b = m_1(m_2(A, /5A/), /10B/)$$

Punkte	