Technische Universität Berlin

Fakultät II – Institut für Mathematik SS 02
Faermann, Steinbach 09.10.2002

Oktober – Klausur (Rechenteil)
Lineare Algebra für Ingenieure

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Ich **wünsche** den Aushang des Klausurgebnisses unter Angabe meiner Matr.–Nr. (ohne Namen) am Schwarzen Brett und im WWW.

....
Unterschrift

Neben einem handbeschriebenen Din-A4 Blatt mit Notizen sind keine Hilfsmittel zugelassen.

Bei jeglichem Täuschungsversuch gilt die Klausur als **nicht** bestanden.

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Rechenaufgaben. Geben Sie immer den **vollständigen Rechenweg** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 32 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 10 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	Σ

1. Aufgabe 12 Punkte

Gegeben sei eine lineare Abbildung A auf dem $\mathbb{R}^3$ dargestellt durch die Matrix

$$A := \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$

und die Vektoren $\vec{b}$ und $\vec{c}$:

$$\vec{b} := \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \qquad \vec{c} := \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

(i) Bestimmen Sie die Lösungsmenge $L_{\vec{b}}$ des Gleichungssystemes $A\vec{x} = \vec{b}$ mit Hilfe des Gaussalgorithmus.

(ii) Bestimmen Sie die Lösungsmenge $L_{\vec{c}}$ des Gleichungssystemes $A\vec{x} = \vec{c}$ mit Hilfe des Gaussalgorithmus.

(iii) Ist $L_{\vec{b}}$ ein Vektorraum?

2. Aufgabe 10 Punkte

Gegeben sei eine lineare Abbildung B auf dem $\mathbb{C}^3$ dargestellt durch die Matrix

$$B := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

(i) Berechnen Sie das charakteristische Polynom von B.

(ii) Berechnen Sie die Eigenwerte von B.

(iii) Bestimmen Sie zu zwei verschiedenen Eigenwerten ihrer Wahl die Eigenvektoren von B.

3. Aufgabe

10 Punkte

Betrachten Sie die Differentialgleichung:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + x \; = \; \cos(2t) \; .$$

(i) Bestimmen Sie die Lösungen der homogenen Gleichung.

(ii) Bestimmen Sie eine partikuläre Lösung der inhomogenen Gleichung.

(iii) Geben Sie die allgemeine Lösungsmenge an.

(iv) Geben Sie die Lösung zu den Anfangsbedingungen $x(0) = 2$ und $\frac{dx}{dt}(0) = 0$ an.

4. Aufgabe

8 Punkte

Gegeben sei der Vektor $\vec{v} := \begin{pmatrix} 1 \\ a \\ a \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$, wobei $a \in \mathbb{R}$ ein Parameter ist.

(i) Normieren Sie den Vektor $\vec{v}$.

(ii) Berechnen Sie die Projektion des Vektors $\vec{w} := \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$ auf den von $\vec{v}$ aufgespannten Unterraum.

(iii) Bestimmen Sie für die Projektion auf den von $\vec{v}$ aufgespannten Unterraum die zugehörige darstellende Matrix (bzgl. der Standardbasis).