TECHNISCHE UNIVERSITÄT BERLIN WS 1998/1999
Fachbereich 3 - Mathematik
J.-D. Deuschel/ J. Amendinger, G. Schröter

Mathematik für Informatiker I

Die nachfolgenden Aufgaben entsprechen in etwa dem Niveau der Klausuraufgaben. Der Umfang der Klausur wird allerdings etwas geringer sein.

Aufgabe 1: Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz bzw. Divergenz:

a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4^n} \left(- \frac{\sqrt{n}+1}{2\sqrt{n}} \right)^{3n} 2^{2n}$

b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\sqrt{n+1} - \sqrt{n-1} \right)$

c) $\sum\limits_{n=10}^{\infty} \frac{n^2+1}{n^3+2n^2+2}$

Aufgabe 2: Sei $f(x) = e^x(\sin x + \cos x)$.

a) Entwickeln Sie $f(x)$ um die Stelle $x_0 = 0$ in ein Taylorpolynom 1. Grades.

b) Zeigen Sie, daß für das Restglied R_2 gilt:

$$|R_2(x)| < \frac{e}{50} \quad \text{für} \quad |x| < \frac{1}{10}$$

Aufgabe 3: Berechnen Sie:

a) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{x \cos x - \sin x}{\ln(x^2+1)}$

b) $\lim\limits_{x \to 1} \frac{x^x - 1}{1 - x + \ln x}$

Aufgabe 4: Zeigen Sie mit Hilfe der vollständigen Induktion: $4^{n-1} \leq (n!)^2$ für $n \in \mathbb{N}$.

Aufgabe 5: Berechnen Sie

a) $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{(2+3\sin x)^2}\, dx$

b) $\int\limits_0^{\pi} \frac{\sin x}{e^x}\, dx$

c) $\int\limits_1^{2} \frac{e^{\frac{1}{x}}+1}{x^2}\, dx$

d) $\int\limits_0^{3} \frac{2^x}{2^x+1}\, dx$

Aufgabe 6: Untersuchen Sie folgende Funktion auf Stetigkeit und Differenzierbarkeit an der Stelle $x = 0$:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & , \quad x \geq 0 \\ \sin^2 x & , \quad x < 0 \end{cases}$$

Aufgabe 7:

a) Berechnen Sie alle Lösungen der Gleichung $z^4 = -81$. Stellen Sie die Lösungen in algebraischer Form dar.

b) Sei $z = 2\dfrac{1+2i}{1-i}$. Bestimmen Sie $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ so, daß

$$\alpha z + \beta \bar{z}^2 = 12\ .$$

Aufgabe 8:
Ist die Funktion $f : (0, \infty) \longrightarrow \mathbb{R}, x \longmapsto \ln(x^3)$ umkehrbar? Wieso?

Die Klausur findet am

Mittwoch, dem 17. Februar 1999,
von 8.00 - 10.00 Uhr

statt. Die Studierenden mit **Nachnamen A-J** schreiben die Klausur im **H 104**, die Studierenden mit **Nachnamen K-O** im **EB 301**, die anderen im **MA 001**.

Zu Beginn der Klausur müssen Sie Ihren **Personalausweis oder Reisepaß,** Ihren **Studierendenausweis** vorlegen und Ihren **Laufzettel** abgeben.

Bringen Sie DIN A4-Papier und Schreibzeug mit. Beachten Sie, daß **mit Bleistift** geschriebene Klausuren **nicht** bewertet werden.

Als Hilfsmittel darf **nur** ein beliebig handbeschriebenes DIN-A4 Blatt mitgebracht und verwendet werden.

Ihr **Klausurergebnis** können Sie ab Donnerstag, 18.2.99, einem Aushang gegenüber dem Raum MA 747 A entnehmen.

Die **Einsichtnahme** in die Klausur ist nur am Montag, dem 22.2.99, von 9.00 bis 11.00 Uhr im MA 761 möglich.