1a	1b	2	3a	3b	4	5a	5b	6	7

TECHNISCHE UNIVERSITÄT BERLIN
Fachbereich 3 - Mathematik
J.-D. Deuschel / J. Amendinger, G. Schröter

24.4.1999

Klausur
Mathematik für Informatiker I

Name: **Vorname:**

Matr.-Nr.: **FB:**

Studiengang: Informatik ☐ anderer ☐

Bitte halten Sie Personalausweis oder Reisepaß, Studentenausweis und Laufzettel bereit.

Es sind **keine** Taschenrechner zugelassen. Als Hilfsmittel ist nur ein vorher beschriebenes DIN A4-Blatt zugelassen.

Die Lösungen sind in Reinschrift mit allen Nebenrechnungen auf DIN A4-Blättern abzugeben.

Mit Bleistift geschriebene Klausuren werden **nicht** gewertet.

Alle Lösungen sind zu begründen bzw. ohne Rechenweg wertlos.

Mit 10 von 20 erreichbaren Punkten ist die Klausur bestanden.

Punktzahl: **Note:**

Unterschrift des Assistenten:

Aufgabe 1:
Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz bzw. Divergenz:

a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n!}$ **1,5 Punkte**

b) $\sum\limits_{n=5}^{\infty} \frac{\sqrt{n^2+n+1}-\sqrt{n^2-n+1}}{n^2}$ **2,0 Punkte**

Aufgabe 2: **2,0 Punkte**
Die komplexe Zahl z sei gegeben durch $z = \frac{1+i}{1-i}$. Bestimmen Sie $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ so, daß

$$\alpha z^2 + \beta \bar{z} = -2i + e^{i\pi}$$

Aufgabe 3:
Gegeben sei das Intervall $I = [-1, 1]$ und die Funktion $f : I \longrightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} 1 & , \quad x = 0 \\ \dfrac{\ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right)}{x} & , \quad x \in I \setminus \{0\} \end{cases}$$

a) Zeigen Sie, daß die Funktion f auf dem Intervall I stetig ist. **2,0 Punkte**

b) Wieso ist die Funktion f auf dem Intervall I beschränkt? **1,0 Punkte**

Aufgabe 4: **1,5 Punkte**
Berechnen Sie $\lim\limits_{x \to 1} \frac{e^x - ex}{1 - x + \ln x}$.

Aufgabe 5:
Berechnen Sie

a) $\int\limits_1^2 x \ln x \, dx$ **2,0 Punkte**

b) $\int\limits_{-1}^{\sqrt{\frac{\pi}{2}}-1} (1+x)\cos(x^2+2x+1)\, dx$ **2,0 Punkte**

Aufgabe 6: **3,0 Punkte**
Für $x \in \mathbb{R}$ sei $f(x) = x \ln x + x^2 e^x$. Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion, daß für alle natürlichen Zahlen $n \geq 2$ gilt:

$$f^{(n)}(x) = (-1)^n (n-2)!\, x^{1-n} + e^x \left(x^2 + 2nx + n(n-1)\right), \quad x \in \mathbb{R}.$$

Aufgabe 7: **3,0 Punkte**
Für $x \in \mathbb{R}$ sei $f(x) = \cos^2(x)\sin(x)$. Entwickeln Sie f um die Stelle $x = 0$ in ein Taylorpolynom 1. Grades und zeigen Sie, daß für das Restglied R_2 gilt:

$$|R_2(x)| \leq \frac{7}{20000} \quad \text{für } |x| \leq \frac{1}{100}.$$