MafI Klausur WS 04/05

Anmerkung: Die Aufgaben habe ich in den letzten 5 min. abgeschrieben. Daher sind die Aufgabentexte nur stichpunktartig. Bei Verbesserungsvorschlägen bitte eine kurze mail an choeger@cs.tu-berlin.de.

Alle Angaben ohne Gewähr!

Aufgabe 1:

Konvergenz der Reihe: $\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \frac{(x-1)^k}{k}$

Für welche $x \in \mathbb{R}$ konvergiert die Reihe?

Aufgabe 2:

Skizzieren Sie folgende Menge in der komplexen Zahlenebene:

$$\{z | |z| > 1, \text{Im } z > (\text{Re } z)^2\}$$

Aufgabe 3:

Untersuchen Sie folgende Funktion auf Stetigkeit / Differenzierbarkeit. Bilden Sie ggf. die Ableitung.

$$f(x) = \begin{cases} \sin\frac{(x^2)}{x}; x \neq 0 \\ 0; x = 0 \end{cases}$$

Aufgabe 4:

$$f(x)=x^2e^x$$

Zeigen Sie mithilfe vollständiger Induktion, dass gilt:

$$f^{n} = x^{2}e^{x} + 2ne^{x} + n(n-1)e^{x}$$

Aufgabe 5:

Approximieren Sie die Funktion $f(x)=x^2e^x$ mit einem Taylorpolynom 3. Grades. Zeigen Sie, dass der Fehler $\leq e^{\frac{5}{4}}\frac{1}{4^4}$.

Aufgabe 6:

Sei:
$$f: (0,2] \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = x + \frac{1}{x}$$

Bestimmen Sie Monotoniebereiche und ggf. alle lokalen und globalen Extrema.

Aufgabe 7:

- a) Finden Sie alle Stammfunktionen zu $f(x) = \frac{\cos(x)}{3 + 2\sin(x)}$
- **b)** Berechnen Sie: $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} x^{2} \sin(x) dx$