TECHNISCHE UNIVERSITÄT BERLIN
Fachbereich 3 - Mathematik
Gärtner/Tasche/Zeitz

SS 95
7.7.1995

K l a u s u r
"Mathematik für Informatiker II"

Name:................................Vorname:.................Matr.-Nr......... FB:...........

Studiengang: *Informatik* ☐ *Techn. Informatik* ☐ *anderer* ☐
(Bitte deutlich – in Blockschrift ausfüllen!!!!!!!)

Bitte halten Sie Personalausweis oder Reisepaß, Studentenausweis und Laufzettel bereit.
Es sind keine Taschenrechner zugelassen.
Abzugeben sind die Lösungen in Reinschrift mit allen Nebenrechnungen auf DIN A4-Blättern.
Mit Bleistift geschriebene Klausuren werden n i c h t gewertet.

Mit 10 von den 20 erreichbaren Punkten ist die Klausur bestanden

---

Unterschrift des Korrektors:....................................Punktzahl:....................

Note:

Aufgabe 1: | 4,0 | |

Lösen Sie das folgende lineare Gleichungssystem in Abhängigkeit von dem Parameter $a \in \mathbb{R}$:

$$\begin{aligned} x + y + z &= 2 \\ ay + (a-1)z &= 2a-1 \\ 2x + 3y + (3-a)z &= 7. \end{aligned}$$

Aufgabe 2:

E sei die Ebene im $\mathbb{R}^3$, die die Punkte $\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ enthält.

a) Geben Sie eine Parameterdarstellung von E an. | 1,0 | |

b) Bestimmen Sie einen Vektor $a = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$ und eine Zahl $b_0 \in \mathbb{R}$,

so daß gilt:

$$x \in E \Leftrightarrow a \cdot x = b_0 .$$

| 1,5 | |

c) Berechnen Sie den Abstand δ des Punktes $p = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ zu E. | 1,5 | |

Aufgabe 3:

Untersuchen Sie die folgenden Matrizen auf Invertierbarkeit.
Berechnen Sie gegebenenfalls die Inverse oder begründen Sie, warum die Matrix singulär ist.

a) $A := \begin{pmatrix} 7 & 0 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}$ | 1,0 | |

b) $B := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ | 1,5 | |

c) $C := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & -3 \\ -1 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 & -7 \\ 3 & -2 & 5 & 2 \end{pmatrix}$ | 1,5 | |

Aufgabe 4:

Untersuchen Sie die folgenden Abbildungen auf Linearität (mit Beweis oder Gegenbeispiel).

a) $F_1 : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2, \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} x-y \\ x+1 \end{pmatrix}$ | 1,0 | |

b) $F_2 : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^4, \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 2x \\ x+y \\ x-y \\ 2y \end{pmatrix}$ | 1,0 | |

Aufgabe 5:

Untersuchen Sie in den folgenden zwei Fällen jeweils, ob die angegebenen Vektoren eine Basis des $\mathbb{R}^3$ bilden. Begründen Sie Ihre Antworten.

a) $\begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix}$ | 1,5 | |

b) $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ | 1,5 | |

Aufgabe 6: | 3,0 | |

Gegeben seien die (3, 1)-Matrix $A = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$ und die (1, 3)-Matrix $B = (b_1 \; b_2 \; b_3)$

Zeigen Sie, daß dann gilt:

$$\det\left(\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + AB \right) = 1 + BA .$$