TECHNISCHE UNIVERSITÄT BERLIN
Fachbereich 3 - Mathematik
Breger/Koreuber/Tasche

SS 96
8.7.1996

Klausur
"Mathematik für Informatiker(innen) 2"

Name:.................................**Vorname:**..................**Matr.-Nr.**.............. **FB:**......

Studiengang: *Informatik* ☐ *anderer* ☐

(Bitte deutlich – in Blockschrift ausfüllen!!!!!!!)

Bitte halten Sie Personalausweis oder Reisepaß, Studentenausweis und Laufzettel bereit.
*Es sind **keine Taschenrechner** zugelassen.*
Abzugeben sind die Lösungen in Reinschrift mit allen Nebenrechnungen auf DIN A4-Blättern.
Mit Bleistift geschriebene Klausuren werden n i c h t gewertet.

Mit 10 von den 20 erreichbaren Punkten ist die Klausur bestanden

Unterschrift des Korrektors:.......................................**Punktzahl:**.....................

Note:

Aufgabe 1:

Berechnen Sie die folgenden Determinanten:

a) $\det\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}$ b) $\det\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 3 \\ 4 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ c) $\det\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & 3 & 0 \\ 4 & 0 & -2 & 1 \\ 6 & -3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

1,0	1	1,5	1,5	1,5	0,5 -1

Aufgabe 2:

Untersuchen Sie in den folgenden zwei Fällen jeweils, ob die angegebenen Vektoren im $\mathbb{R}^4$ linear unabhängig sind. Begründen Sie Ihre Antworten.

a) $\begin{pmatrix} 2 \\ -5 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 2 \\ 7 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ -7 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$

1,5	1,5	1,5	1,5

~ 1,5

Aufgabe 3:

Es sei E die Ebene im $\mathbb{R}^3$, die die Gerade $G = \left\{ \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \mid \lambda \in \mathbb{R} \right\}$ und den Punkt $\begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}$ enthält.

a) Geben Sie eine Parameterdarstellung von E an. | 0,5 | |

b) Bestimmen Sie einen Vektor $a = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$ und eine Zahl $b_0 \in \mathbb{R}$, so daß gilt:

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in E \Leftrightarrow a\,x = b_0 .$$

| 2,0 | 2,0 |

c) Berechnen Sie den Abstand δ des Punktes $p = \begin{pmatrix} 5 \\ -4 \\ -1 \end{pmatrix}$ zu E. | 1,5 | 1,0 |

Aufgabe 4: | 4,0 | |

Sei $A := \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & -t & -1 \\ t & 1 & 0 \end{pmatrix}$. Bestimmen Sie, für welche $t \in \mathbb{R}$ die Matrix A invertierbar ist und für welche nicht. Berechnen Sie gegebenenfalls die Inverse in Abhängigkeit von t.

Aufgabe 5: | 3,0 | 1,0 |

Für welche $t \in \mathbb{R}$ hat das lineare Gleichungssystem

$$\begin{aligned} 2x + y + 2z &= -1 \\ 4x + 3y + (1+t)z &= 0 \\ 6x + (5+t)y &= 1 + 2t \end{aligned}$$

keine, genau eine bzw. unendlich viele Lösungen?

Aufgabe 6:

Sei π die Permutation (2 3 8 5 6 7 4 9 10 1) der Zahlen 1, 2, ..., 10.

a) Stellen Sie π als Hintereinanderschaltung von acht Vertauschungen je zweier Zahlen dar. Benutzen Sie dabei die Schreibweise (i, j), um die Vertauschung von i und j zu bezeichnen. | 1,0 | 1,0 |

b) Geben Sie die **kleinste** Zahl n an mit der Eigenschaft, daß π n-mal hintereinander ausgeführt die Identität ergibt. Begründen Sie Ihr Ergebnis. | 1,0 | 1,0 |