

## Klausur Mathematik II für Wirtschaftswissenschaftler

Name: ..... Vorname: .....  
 Matr.-Nr.: ..... Studiengang: .....

Zur Klausur sind, bis auf einen nicht-programmierbaren Taschenrechner und Stifte, keine Hilfsmittel zugelassen. Handys sind auch verboten!

Geben Sie immer den **vollständigen Rechenweg** bzw. **eine Begründung** an.

Mit **Bleistift** oder **Rotstift** geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Geben Sie alle beschriebenen Blätter, auch Schmierzettel, ab!

Die Bearbeitungszeit beträgt **90 Minuten**.

Die Klausur ist mit 25 von 50 Punkten bestanden.

### Korrektur

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | $\Sigma$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----------|
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |          |
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |          |

### Klausur Notenschlüssel

|     |       |             |
|-----|-------|-------------|
| 1.0 | >45   | Sehr gut    |
| 1.3 | 43-45 |             |
| 1.7 | 40-42 | Gut         |
| 2.0 | 37-39 |             |
| 2.3 | 35-36 |             |
| 2.7 | 33-34 | Befriedigen |
| 3.0 | 31-32 |             |
| 3.3 | 29-30 |             |
| 3.7 | 27-28 | Ausreichend |
| 4.0 | 25-26 |             |
| 5.0 | <25   | Mangelhaft  |

### 1. Aufgabe

7 Punkte

Berechnen Sie das folgende Matrix-Vektor- und Matrix-Matrix-Produkt

$$(a) \quad A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -1 \\ 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad (b) \quad B = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -1 \\ 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

(c) Berechnen Sie die Determinante der Matrix  $B$  und ihre Inverse  $B^{-1}$ .

### 2. Aufgabe

5 Punkte

Benutzen Sie die Cramersche Regel um die zweite Komponente der Lösung  $x$  von  $Ax = b$  zu berechnen, wobei

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 2 & -3 & -1 \\ -4 & 4 & 4 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} -3 \\ -1 \\ 8 \end{bmatrix}.$$

### 3. Aufgabe

5 Punkte

Stellen Sie das lineare Gleichungssystem

$$\begin{aligned} 2x_1 + 2x_2 - 4x_3 &= -6 \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 &= 4 \\ -3x_1 - 3x_2 + 4x_3 &= 11 \end{aligned}$$

in Matrixform  $Ax = b$  dar. Berechnen Sie dann die Lösung des Gleichungssystems mit dem Gaußschen Eliminationsverfahren. *Bringen Sie die Matrix in die obere Dreiecksform.*

### 4. Aufgabe

5 Punkte

Gegeben ist das lineare Optimierungsproblem:

$$\begin{aligned} \text{Maximiere } F(x) &= 6x_1 - 14x_2 - 4x_3 - 2x_4 \\ \text{unter den Nebenbedingungen} \\ 4x_1 + 6x_3 + 2x_4 &\leq 28 \\ 6x_2 - 3x_4 &\leq 15 \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\geq 0 \end{aligned}$$

(a) Bestimmen Sie die Normalform des LOPs über Einführung von Schlupfvariablen.

(b) Schreiben Sie das Tableau für den Simplex-Algorithmus auf. (Nach einer Lösung des LOPs ist in dieser Aufgabe nicht gefragt!)

(c) Ist die aktuelle Basislösung zum Tableau aus Teil (b) zulässig? Würden Sie zunächst den primalen oder den dualen Simplex-Algorithmus anwenden, um die optimale Lösung zu finden?

## 5. Aufgabe

7 Punkte

Finden Sie die optimale Lösung des folgenden LOPs:

| Basis | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | $x_5$ | $b$ |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-----|
| $x_3$ | -1    | -1    | 1     | 0     | 0     | -8  |
| $x_4$ | -5    | -1    | 0     | 1     | 0     | -12 |
| $x_5$ | 1     | 1     | 0     | 0     | 1     | 10  |
| $c$   | -2    | -1    | 0     | 0     | 0     | 0   |

*Bitte markieren Sie in jedem Tableau die jeweilige Pivotzeile und -spalte!*

- (a) Bestimmen Sie mit dem dualen Simplex-Algorithmus eine zulässige Lösung des LOPs.
- (b) Fahren Sie anschließend mit den primalen Simplex-Algorithmus fort, um die optimale Lösung zu finden.
- (c) Geben Sie die optimale Lösung  $x^*$  und den zugehörigen maximalen Wert  $F(x^*)$  an.

## 6. Aufgabe

3 Punkte

Eine Ein-Produkt-Unternehmung sehe sich folgender Grenzkostenfunktion  $K'(x)$  gegenüber:

$$K'(x) = 0.02x^3 + x + \frac{1}{x+1}.$$

Die Fixkosten sind  $K(0) = 95$  Euro.

- (a) Bestimmen Sie die Kostenfunktion  $K(x)$ .
- (b) Wie hoch sind die Kosten für die Herstellung von *zehn* Einheiten des Produkts?

## 7. Aufgabe

6 Punkte

Gegeben seien folgende Nachfragefunktion  $f$  und Angebotsfunktion  $g$ :

$$f(Q) = \frac{255}{Q+9}, \quad g(Q) = 11 + Q, \quad \text{wobei } Q \geq 0.$$

- (a) Berechnen Sie den Gleichgewichtspunkt  $(Q^*, P^*)$ ;
- (b) die Produzentenrente (PS), d. h.  $PS = \int_0^{Q^*} [P^* - g(q)]dq$ .
- (c) die Konsumentenrente (CS), d. h.  $CS = \int_0^{Q^*} [f(q) - P^*]dq$ .

## 8. Aufgabe

4 Punkte

Berechnen Sie die folgenden Integrale:

$$(a) \int \frac{1}{1+3x} dx, \quad (b) \int xe^{-x} dx.$$

## 9. Aufgabe

8 Punkte

Berechnen Sie die Lösung  $y(t)$  und  $p(t)$  der folgenden Differentialgleichungen:

$$(a) \quad y'(t) - y(t)(e^t - t) = 0, \quad y(0) = 2 \quad \text{und} \quad t \geq 0,$$

und

$$(b) \quad p'(t) - 4p(t) = (t^2 - \frac{1}{3})e^{4t}, \quad p(0) = 7 \quad \text{und} \quad t \geq 0.$$