Klausur vom 26.07.2018

Dieses Deckblatt bitte vollständig und deutlich lesbar ausfüllen!

Name: ____________________

Vorname: ____________________

Matrikelnummer: ____________________

Vom Prüfer auszufüllen:
Punkte:
Note:
Credits:

Vom Prüfer auszufüllen:	
Aufg.1:	/ 25
Aufg.2:	/ 18
Aufg.3:	/ 16
Aufg.4:	/ 21
Aufg.5:	/ 20

Zutreffendes bitte ankreuzen:

Ich studiere nach: Bachelor-Prüfungsordnung ☐
Diplom-Prüfungsordnung ☐

Fachsemester: ____

Studiengang: ____________ Unterschrift: ____________________

Klausurdauer: 90 Minuten

Bitte beachten Sie:

- Benutzen Sie die Rückseiten der Aufgabenblätter als Konzeptpapier.
- Hilfsmittel: nicht programmierbarer Taschenrechner, Wörterbuch
- Die Klausur besteht aus 12 Seiten. Prüfen Sie, ob Ihre Klausur vollständig ist.
- Lösen Sie alle 5 Aufgaben! Die maximale Punktzahl beträgt 100.
- Bitte tragen Sie Ihre Lösungen in die Lösungsfelder auf den Aufgabenblättern ein! Lösungen auf dem Konzeptpapier werden **nicht gewertet!**
- Antworten mit Rot- oder Bleistift werden **nicht gewertet!**
- Geben Sie zu Ihren Ergebnissen immer den Lösungsweg an (außer bei Aufgabe 1). Ergebnisse, deren Ermittlung nicht nachvollzogen werden kann, werden **nicht gewertet!**

Aufgabe I [Multiple Choice] *(25%)*

Kreuzen Sie an, ob die Aussagen richtig (**R**) oder falsch (**F**) sind. Sie erhalten für jede **korrekte Antwort 2,5 Punkte**, für jede **nicht korrekte Antwort** und für jede **nicht beantwortete Frage 0 Punkte**.

		R	**F**
1.	Sind die Präferenzen eines Individuums durch eine Cobb-Douglas-Nutzenfunktion $u(x_1, x_2) = x_1^{\alpha} \cdot x_2^{1-\alpha}$ mit $\alpha \in]0,1[$ gekennzeichnet, so erhöht sich die Nachfrage nach einem Gut, wenn sich der Preis des anderen Gutes erhöht.		X
2.	Besitzt eine Produktionsfunktion mit zwei Inputs, $F(L, K)$, die Eigenschaft $F(\lambda L, \lambda K) = F(L, K)$ für alle λ, so ist diese Funktion homogen vom Grad 1.		x
3.	Ändern sich alle Preise und das Einkommen eines Haushalts um einen Faktor λ, so ändert sich die Budgetgrade des Haushalts nicht.	x	
4.	Die Grenzrate der Transformation (TRS) einer Leontief-Produktionsfunktion ist immer fallend in der Menge des Inputfaktors 1.		X
5.	An der Kreuzpreiselastizität der Nachfrage kann man erkennen, ob die betreffenden Güter Komplemente oder Substitute sind.	X	
6.	Die Edgeworth-Box in einem allgemeinen Gleichgewichtsmodell muss länger und breiter werden, wenn sich die gesamte Anfangsaustattung eines Gutes erhöht.		x
7.	Die Lage der Isokostengrade eines Unternehmens ist abhängig von den Input- und Outputpreisen.		X
8.	Liegt auf einen Wettbewerbsmarkt mit fallender Nachfrage- und steigender Angebotskurve zu einem gegebenen Preis eine Überschussnachfrage vor, muss der Preis des betrachteten Gutes sinken, damit der Markt geräumt wird.		X
9.	Mithilfe einer Engelkurve kann der Zusammenhang einer Einkommensänderung und der Nachfrage nach einem Gut dargestellt werden.	X	
10.	Wenn ein Gut ein Giffen-Gut ist, dann wirken Einkommens- und Substitutionseffekt in die gleiche Richtung.		X

Aufgabe II [Unternehmenstheorie] *(18%)*

Ein Unternehmen bietet sein Produkt zum Marktpreis p auf einem Wettbewerbsmarkt (vollkommene Konkurrenz) an. Die Technologie ist beschrieben durch die Produktionsfunktion $y = f(x_1, x_2)$, wobei x_1 und x_2 die Einsatzmengen zweier variabler Inputfaktoren darstellen. Die Marktpreise der beiden Inputs sind mit w_1 und w_2 gegeben.

1. Formulieren Sie das Kostenminimierungsproblem des Unternehmens. (3 Punkte)

$$\min_{x_1,x_2} w_1 \cdot x_1 + w_2 \cdot x_2, \quad \text{u.d.NB.: } y = f(x_1, x_2)$$

3 Punkte

2. Leiten Sie die Kostenfunktion $C(y)$ des Unternehmens für die Technologie $y = f(x_1, x_2) = (x_1 \cdot x_2)^{\frac{1}{4}}$ her. Gehen Sie dabei davon aus, dass $w_1 = 4$ und $w_2 = 9$ ist. (9 Punkte)

Lagrange:

$$\begin{aligned}
L &= w_1 \cdot x_1 + w_2 \cdot x_2 + \lambda(y - x_1^{\frac{1}{4}} \cdot x_2^{\frac{1}{4}}) \\
\frac{\partial L}{\partial x_1} &= w_1 - \lambda\frac{1}{4} \cdot x_1^{-\frac{3}{4}} \cdot x_2^{\frac{1}{4}} = 0 \\
\frac{\partial L}{\partial x_2} &= w_2 - \lambda\frac{1}{4} \cdot x_1^{\frac{1}{4}} \cdot x_2^{-\frac{3}{4}} = 0 \\
\frac{\partial L}{\partial \lambda} &= y - x_1^{\frac{1}{4}} \cdot x_2^{\frac{1}{4}} = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\rightarrow \frac{w_1}{w_2} &= \frac{\lambda\frac{1}{4} \cdot x_1^{-\frac{3}{4}} \cdot x_2^{\frac{1}{4}}}{\lambda\frac{1}{4} \cdot x_1^{\frac{1}{4}} \cdot x_2^{-\frac{3}{4}}} \\
\frac{w_1}{w_2} &= \frac{x_2}{x_1} \\
\leftrightarrow x_2^* &= \frac{w_1 \cdot x_1}{w_2} \quad \text{oder} \quad x_1^* = \frac{w_2 \cdot x_2}{w_1}
\end{aligned}$$

Einsetzen in $y = x_1^{\frac{1}{4}} \cdot x_2^{\frac{1}{4}}$ und auflösen nach x_1^*:

$$\begin{aligned}
y &= (x_1^*)^{\frac{1}{4}} \cdot (\frac{w_1 \cdot x_1^*}{w_2})^{\frac{1}{4}} = (x_1^*)^{\frac{1}{2}} \cdot (\frac{w_1}{w_2})^{\frac{1}{4}} \\
(x_1^*)^{\frac{1}{2}} &= y \cdot (\frac{w_2}{w_1})^{\frac{1}{4}} \\
x_1^* &= y^2 \cdot (\frac{w_2}{w_1})^{\frac{1}{2}}; x_2^* = y^2 \cdot (\frac{w_1}{w_2})^{\frac{1}{2}}
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
C(y, w_1, w_2) &= w_1 \cdot x_1^* + w_2 \cdot x_2^* = w_1 \cdot y^2 \cdot (\frac{w_2}{w_1})^{\frac{1}{2}} + w_2 \cdot y^2 \cdot (\frac{w_1}{w_2})^{\frac{1}{2}} \\
&= y^2 \cdot (w_1 \cdot w_2)^{\frac{1}{2}} + y^2 \cdot (w_1 \cdot w_2)^{\frac{1}{2}} \\
&= 2 \cdot y^2 \cdot (w_1 \cdot w_2)^{\frac{1}{2}}
\end{aligned}
$$

einsetzen von $w_1 = 4$, $w_2 = 9$:

$$C(y, 4, 9) = 2 \cdot y^2 \cdot (4 \cdot 9)^{\frac{1}{2}} = 12 \cdot y^2$$

9 Punkte

3. Was gibt die Angebotsfunktion eines Unternehmens an? (2 Punkte)

Das Angebot des Unternehmens ist die gewinnmaximierende Produktionsmenge ausgedrückt als Funktion des Preises: $S(p) = y^*(p)$.

2 Punkte

4. Leiten Sie die Angebotsfunktion $S(p)$ des Unternehmens her. Nehmen Sie dabei die Kostenfunktion $C(y) = 12 \cdot y^2 + 20$ an. (4 Punkte)

$$
\begin{aligned}
\max_y \pi &= py - C(y) = py - 12 \cdot y^2 - 20 \\
\frac{\partial \pi}{\partial y} &= p - 24y = 0 \iff y = \frac{p}{24} \\
&\Rightarrow \boxed{S(p) = \frac{p}{24}}
\end{aligned}
$$

4 Punkte

Aufgabe III [Haushaltstheorie] (*16%*)

Ein Haushalt konsumiert die Güter 1 und 2 in den Mengen x_1 und x_2. Seine Präferenzen werden durch die Nutzenfunktion $U(x_1, x_2) = 2x_1 + 6x_2$ beschrieben. Die Güterpreise sind p_1 und p_2 und das Haushaltseinkommen beträgt $m = 100$.

1. Bestimmen Sei die nutzenmaximierende Nachfrage nach Gut 1 des Haushaltes? (5 Punkte)

Perfekte Substitute → Fallunterscheidung:

$\frac{p_1}{p_2} < \frac{2}{6} = \iff p_1 < \frac{1}{3} \cdot p_2 \Rightarrow$ Der Konsument wird nur Gut 1 kaufen.

$\frac{p_1}{p_2} > \frac{2}{6} \iff p_1 > \frac{1}{3} \cdot p_2 \Rightarrow$ Der Konsument wird nur Gut 2 kaufen.

$\frac{p_1}{p_2} = \frac{2}{6} \iff p_1 = \frac{1}{3} \cdot p_2 \Rightarrow$ Der Konsument ist indifferent bzgl. der Aufteilung der Ausgaben auf Gut 1 und Gut 2.

oder formal:

$$x_1^* = \begin{cases} 0 & \text{für } p_1 > \frac{1}{3} \cdot p_2 \\ \frac{100}{p_1} & \text{für } p_1 < \frac{1}{3} \cdot p_2 \\ [0; \frac{100}{p_1}] & \text{für } p_1 = \frac{1}{3} \cdot p_2 \end{cases}$$

5 Punkte

2. Ist die Nachfrage, die Sie in Aufgabenteil 1 bestimmen sollten, die Marshall'sche Nachfrage? Definieren Sie hierzu zunächst die Marshall'sche Nachfrage. (3 Punkte)

Die Marshall'sche (unkompensierte) Nachfragefunktionen ($x_1^* = x_1^*(p_1; p_2; m)$ und $x_2^* = x_2^*(p_1; p_2; m)$) ist die nutzenmaximale Konsummengen der beiden Güter als Funktion der Preise $(p_1; p_2)$ und des Einkommens (m).
Demzufolge ist die errechnete Funktion die Marshall'sche Nachfragefunktion.

3 Punkte

3. Nehmen Sie an, dass die Preise für die Güter 1 und 2 als $p_1 = 4$ und $p_2 = 10$ gegeben sind. Bestimmen Sie die Konsumausgaben für Gut 2 und das erreichte Nutzenniveau im Optimum. (3 Punkte)

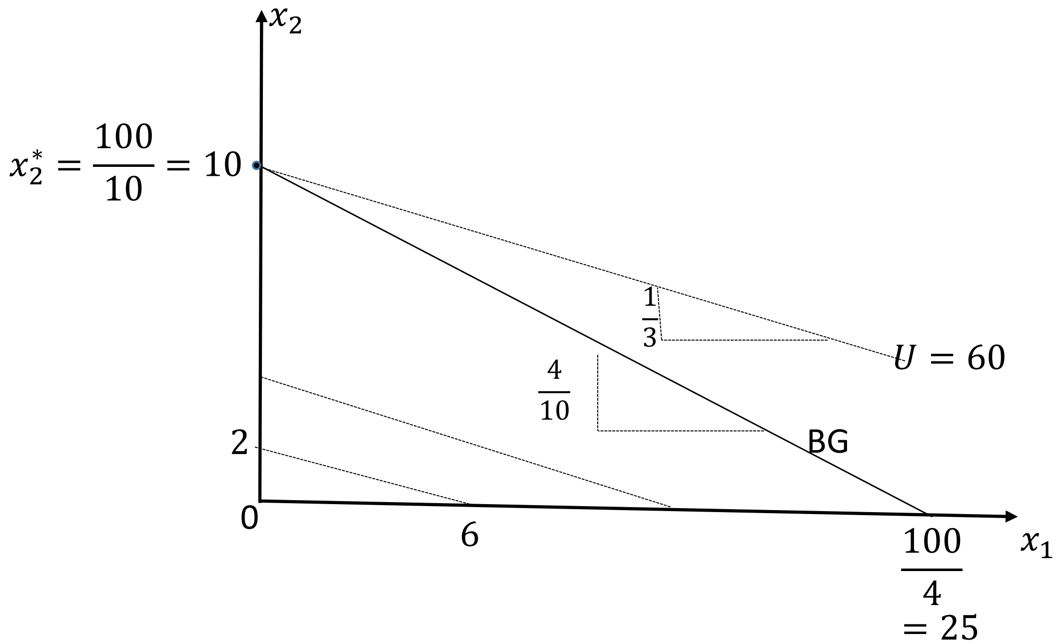
$4 > \frac{1}{3} \cdot 10 \Rightarrow$ Der Konsument wird nur Gut 2 kaufen.
$x_2^* = \frac{m}{p_2} = 10$
Konsumausgaben für Gut 2: $p_2 x_2^* = p_2 \frac{m}{p_2} = m = 100$.

Nutzenniveau: $u(x_1 = 0, x_2 = 10) = 2 \cdot 0 + 6 \cdot 10 = 60$

3 Punkte

4. Zeichnen Sie das Haushaltsoptimum. Beschriften Sie die Grafik in einer geeigneten Weise, sodass die Steigungen der Budetgerade und der Indifferenzkurve erkennbar sind. (5 Punkte)

Achsenbeschriftung **oder** Steigungsdreieck **oder** direkte Beschriftung mit Anstieg ist ... ausreichend.



5 Punkte

Aufgabe IV [Kompensierende und Äquivaltente Variation] (*21%*)

Für einen Haushalt gelte die Cobb-Douglas-Nutzenfunktion $U(x_1, x_2) = x_1 \cdot x_2$ wobei x_1 und x_2 die Konsummengen der Güter 1 und 2 darstellen. Die nutzenmaximierende Nachfrage eines Haushalts nach den Gütern 1 und 2 in Abhängigkeit des Einkommens m und der Güterpreise p_1 und p_2 ist dann $x_1(p_1, m) = \frac{m}{2p_1}$ und $x_2(p_2, m) = \frac{m}{2p_2}$. In der Ausgangssituation betragen die Preise für die beiden Güter $p_1 = 2$ und $p_2 = 1$. Anschließend erhöht sich der Preis von Gut 1 auf $p_1^n = 4$. In beiden Situationen stehen dem Haushalt für den Konsum 200 Geldeinheiten ($m = 200$) zur Verfügung.

1. Zeigen Sie, dass der Nutzen des Haushalts durch die Preiserhöhung um 2500 Nutzeneinheiten sinkt! (5,5 Punkte)

Ausgangssituation:

$$x_1^*(p_1, m) = \frac{m}{2p_1} = \frac{200}{4} = 50$$
$$x_2^*(p_2, m) = \frac{m}{2p_2} = \frac{200}{2} = 100$$
$$U(x_1^*, x_2^*) = 50 \cdot 100 = 5000 \qquad 1,5 Punkte$$

neue Situation:

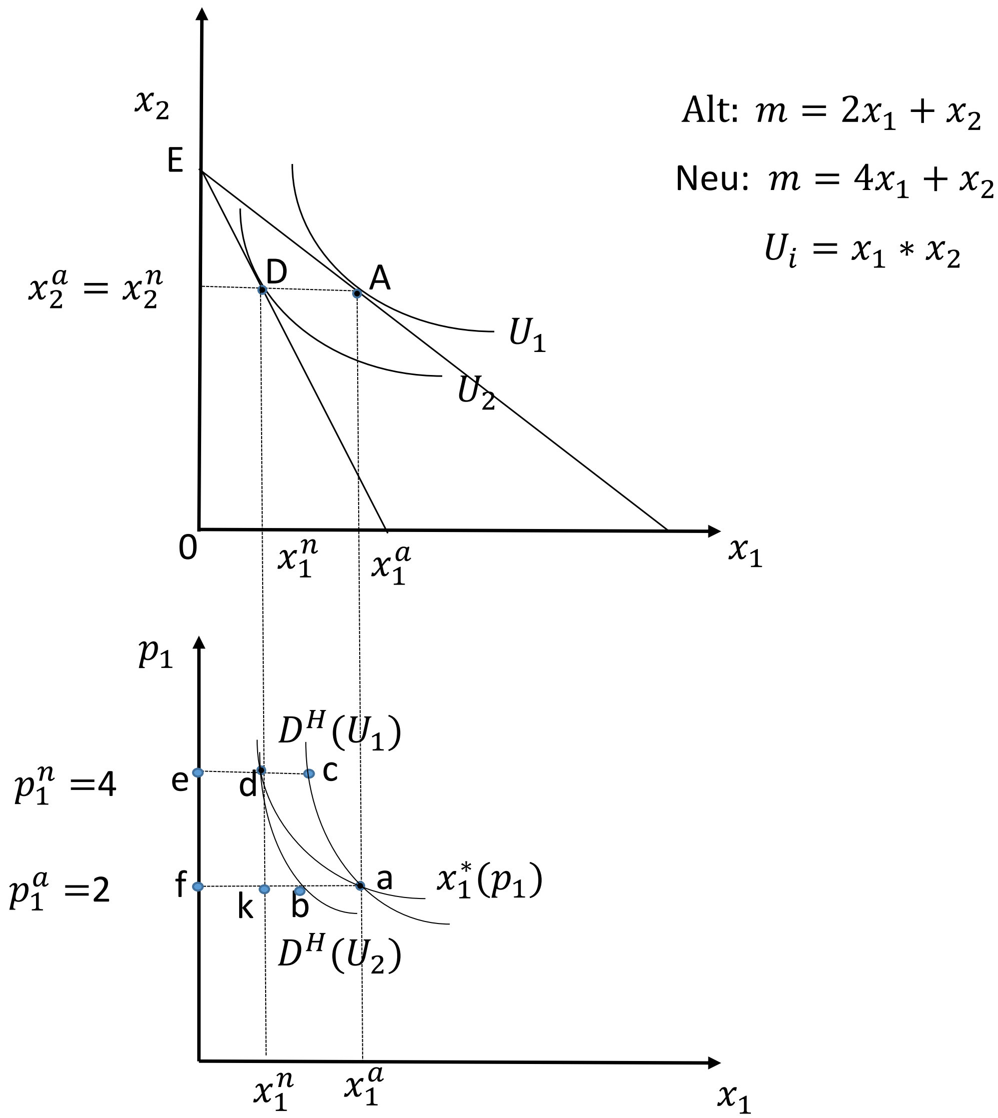
$$x_1^N(p_1, m) = \frac{m}{2p_1} = \frac{200}{8} = 25$$
$$x_2^N(p_2, m) = \frac{m}{2p_2} = \frac{200}{2} = 100$$
$$U(x_1^N, x_2^N) = 25 \cdot 100 = 2500 \qquad 1,5 Punkte$$

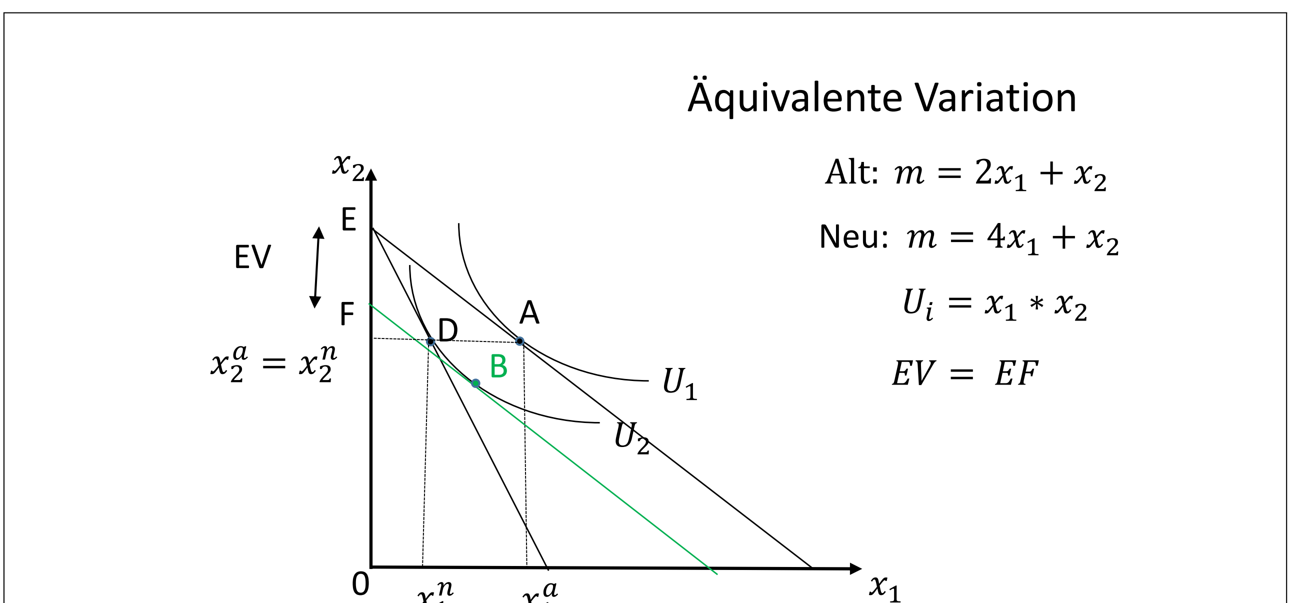
Veränderung des Nutzens:

$$U(x_1^N, x_2^N) - U(x_1^*, x_2^*) = 2500 - 5000 = -2500$$

5,5 Punkte

2. Zeichnen Sie in dem oberen der folgenden Bilder die Äquivalente Variation ein. (3,5 Punkte)


Alt: $m = 2x_1 + x_2$
Neu: $m = 4x_1 + x_2$
$U_i = x_1 * x_2$
x_2
E
D
A
$x_2^a = x_2^n$
U_1
U_2
0
x_1^n
x_1^a
x_1
p_1
$D^H(U_1)$
$p_1^n = 4$
e
d
c
$p_1^a = 2$
f
k
b
a
$x_1^*(p_1)$
$D^H(U_2)$
x_1^n
x_1^a
x_1


Äquivalente Variation
Alt: $m = 2x_1 + x_2$
Neu: $m = 4x_1 + x_2$
$U_i = x_1 * x_2$
$EV = EF$
x_2
E
EV
F
D
A
B
$x_2^a = x_2^n$
U_1
U_2
0
x_1^n
x_1^a
x_1

3. Betrachten Sie nun die untere Grafik aus Aufgabenteil 2. Benennen Sie die Fläche der Veränderung der Konsumentenrente und der Kompensierenden Variation! Sie können hierfür die angegebenen Punkte verwenden. (5 Punkte)

Veränderung der Konsumentenrente: a-d-e-f (oder verbal: Fläche unter der Marshallischen Nachfragefunktion ($x_1^*(p_1)$) zwischen den beiden Preisen $p_1^a = 2$ und $p_1^n = 4$)
Kompensierenden Variation: a-c-e-f (oder verbal: Fläche unter der Hicks Nachfragefunktion mit dem alten Nutzenniveau ($D^H(U_1)$) zwischen den beiden Preisen $p_1^a = 2$ und $p_1^n = 4$)
5 Punkte

4. Nehmen Sie an, dass nach der Preiserhöhung der Haushalt für seinen Gesamteinkauf einen Gutschein erhält. Wie hoch muss der Gutschein sein, damit die Konsumenten die Preiserhöhung akzeptieren? (7 Punkte)

Es muss CV berechnet werden!

Zur Berechnung der CV benötigen wir die indirekte Nutzenfunktion:

$$v(p_1, p_2, m) = u(x_1^*(p_1, m), x_2^*(p_2, m)) = x_1^*(p_1, m) \cdot x_2^*(p_2, m) = \frac{m}{2p_1}\frac{m}{2p_2} = \frac{m^2}{4p_1p_2}$$

Die CV ist dann implizit definiert durch:

$$\begin{aligned} v(p_1^a, p_2, m) &= v(p_1^n, p_2, m + CV) \\ U(x_1^*, x_2^*) = \frac{200^2}{4 \cdot 2 \cdot 1} &= \frac{(200 + CV)^2}{4 \cdot 4 \cdot 1} \\ 5000 &= \frac{(200 + CV)^2}{16} \\ \sqrt{80000} &= 200 + CV \\ CV &= \sqrt{80000} - 200 = 82,8427 \end{aligned}$$

Wenn man dem Konsumenten einen Gutschein über 82,84 GE gibt, ist er in der neuen Situation genauso gut gestellt wie in der ursprünglichen und wird die Preiserhöhung akzeptieren.
7 Punkte

Aufgabe V [Marktanaylse] *(20%)*

Ein vollkommener Markt ist durch folgende Nachfrage- und Angebotsfunktionen gekennzeichnet:

$$D(p) = 196 - 2p \quad \text{und} \quad S(p) = \frac{p}{24}$$

wobei p den Marktpreis bezeichnet.

1. Bestimmen Sie das Marktgleichgewicht, d.h. den markträumenden Preis p^* und die dazugehörende Nachfragemenge x^*. (3 Punkte)

Im Marktgleichgewicht ist die angebotene gleich der nachgefragten Menge:

$$D(p^*) = S(p^*) \iff 196 - 2p^* = \frac{p^*}{24} \iff 4704 = 49p^* \iff \boxed{p^* = 96}$$

Die dazugehörende (markträumende) Menge kann man durch Einsetzen in die Nachfrage- oder Angebotsfunktion ermitteln:

$$D(p^*) = 196 - 2 \cdot 96 = 4$$
$$\text{alternativ:} \quad S(p^*) = \frac{96}{24} = 4 \iff \boxed{x^* = 4}$$

3 Punkte

2. Bestimmen Sie folgende Größen: (12 Punkte)

   i. Prohibitivpreis $\hat{p}$.

$$0 = D(\hat{p}) \iff 0 = 196 - 2\hat{p} \iff \boxed{\hat{p} = 98}$$

2 Punkte

   ii. Sättigungsmenge $\hat{x}$.

$$\hat{x} = D(0) \iff \hat{x} = 196 - 2 \cdot 0 \Rightarrow \boxed{\hat{x} = 196}$$

2 Punkte

   iii. Konsumentenrente im Marktgleichgewicht $KR(p^*)$.

$$\begin{aligned} KR(p^*) &= \int_{p^*}^{\hat{p}} D(p)dp = \int_{96}^{98} (196 - 2p)dp = \left[196p - p^2\right]_{96}^{98} \\ &= \left[196 \cdot 98 - 98^2\right] - \left[196 \cdot 96 - 96^2\right] = 9604 - 9600 = 4 \end{aligned}$$

Alternativ

$$\begin{aligned} KR(p^*) &= \int_0^{x(p^*)} \left(P(\tilde{x}) - p^*\right) d\tilde{x} \quad \left(= \int_0^{x(p^*)} P(\tilde{x})d\tilde{x} - p^* \cdot x^*\right) \\ &= \int_0^4 \left(98 - \frac{\tilde{x}}{2} - 96\right) d\tilde{x} = \int_0^4 \left(2 - \frac{\tilde{x}}{2}\right) d\tilde{x} \\ &= \left[2x - \frac{x^2}{4}\right]_0^4 = \left[2 \cdot 4 - \frac{4^2}{4}\right] - 0 = 4 \end{aligned}$$

Alternativ, da lineare Funktionen:

$$KR(p^*) = \frac{1}{2} \cdot (\hat{p} - p^*) \cdot x^* = \frac{1}{2} \cdot (98 - 96) \cdot 4 = 4$$

3 Punkte

iv. Produzentenrente im Marktgleichgewicht $PR(p^*)$.

Wegen $x = S(p) = \frac{p}{24}$ und $p = MC$ sind die Grenzkosten $MC = 24x$.

$$PR(p^*) = p^* \cdot x(p^*) - \int_0^{x(p^*)} MC(x)dx \left(= \int_0^{x(p^*)} (p^* - MC(x))\, dx \right)$$
$$= 96 \cdot 4 - \int_0^4 24xdx = 96 \cdot 4 - \left[12x^2\right]_0^4 = 96 \cdot 4 - 12 \cdot 4^2 = 384 - 192 = 192$$

Alternativ

$$PR(p^*) = \int_0^{p^*} S(p)dp = \int_0^{96} \frac{p}{24}dp = \left[\frac{p^2}{48}\right]_0^{96} = \frac{96^2}{48} = 192$$

Alternativ über den Gewinn (ohne Fixkosten!)
Wegen $MC = 24x$ ist $C(x^*) = 12x^2$ ohne Fixkosten).

$$PR(p^*) = \pi(p^*) = p^* \cdot x^* - C(x^*) = p^* \cdot x^* - 12 \cdot x^{*2} = 96 \cdot 4 - 12 \cdot 4^2 = 192$$

Alternativ über die Dreiecksformel, da lineare Funktionen:

$$\frac{(p^* - p(0)) \cdot (x^* - 0)}{2} = \frac{96 \cdot 4}{2} = 192$$

3 Punkte

v. Soziale Wohlfahrt im Marktgleichgewicht $W(p^*)$.

$$W(p^*) = KR(p^*) + PR(p^*) = 4 + 192 = 196$$

Alternativ

$$W(p^*) = \int_0^{x(p^*)} P(\tilde{x})d\tilde{x} - C(x(p^*)) = \int_0^4 (98 - \frac{\tilde{x}}{2})d\tilde{x} - \int_0^4 24 \cdot \tilde{x}d\tilde{x}$$
$$= \int_0^4 (98 - \frac{49\tilde{x}}{2})d\tilde{x} = \left[98x - \frac{49\tilde{x}^2}{4}\right]_0^4$$
$$= \left[98 \cdot 4 - \frac{49 \cdot 4^2}{4}\right] - 0 = 392 - 196 = 196$$

Alternativ

$$W(p^*) = \frac{1}{2} \cdot \left(\hat{p} - S^{-1}(0)\right) \cdot x^* = \frac{1}{2} \cdot (98 - 0) \cdot 4 = 196$$

2 Punkte

3. Die Produzentenrente beträgt in der Aufgabe das 48-fache der Konsumentenrente. Geben Sie eine intuitive Begründung hierfür! (3 Punkte)

> Die Angebotsfunktion ist sehr steil, sodass eine kleine Änderung des Preises zu einer hohen Mengenreduzierung führen würde. Demgegenüber steht eine Nachfragefunktion, die relativ flach verläuft. Dies führt dazu, dass nur eine geringe Menge zu einem hohen Preis gehandelt wird und die Produzenten eine höhere Rente erhalten.
>
> 3 Punkte

4. Würde durch ein Monopol eine Umverteilung der Renten zu Gunsten der Konsumenten stattfinden? (2 Punkte)

> Nein, durch die Einführung von Marktmacht würde eine künstliche Mengenreduzierung stattfinden, die zu höheren Preisen führt. Dies hätte zur Folge, dass die Konsumentenrente sinkt und die Produzentenrente steigt.
>
> 2 Punkte