

Aufgabe 1*(15 Punkte)*

Die Aufgabe besteht aus vier Teilaufgaben.

Beantworten Sie die folgenden Fragen indem Sie JA oder NEIN zuordnen. Begründen Sie die Antworten! (Für unbegründete korrekte Antworten gibt es keine Punkte)

1. Hat der Parameter π der Binomialverteilung bei konstantem Parameter n Einfluss auf die Genauigkeit der Binomialverteilungsapproximation mit der Normalverteilung?

2. Sind bei 1000 unabhängigen Tests zum Niveau $\alpha = 0.05$ mit einer Wahrscheinlichkeit von 95 Prozent mindestens 38 Ablehnungen der Nullhypothese zu erwarten, wenn die Nullhypothese immer "wahr" ist?

3. Wird das Prognose-Intervall für die Anzahl der Erfolge bei n unabhängigen Wiederholungen eines Bernoulli-Versuchs umso breiter, je größer n wird?

4. Ist die Länge des Konfidenzintervall für den Erwartungswert von normalverteilten Zufallsvariablen bei unbekannter Varianz immer breiter als bei bekannter Varianz?

Aufgabe 2**(15 Punkte)**

Die Aufgabe besteht aus drei Teilaufgaben.

In einem Biotechnologie-Labor wurde durch Einsatz ionisierender Strahlung das bisher unbekannte Bakterium *Randomia variabilis* (**RV**) erzeugt.

Aus den zu dem neuen Organismus durchgeführten Studien ist Folgendes bekannt:

- Durchschnittlich zeigt jede zweite Kultur des RV-Bakteriums UV-Fluoreszenz (**U**).
- Im Schnitt stellen 80% aller RV-Bakterienkulturen das Wachstum ein, wenn das Nährmedium mit Zink versetzt wird, d.h. diese RV-Bakterienkulturen sind nicht Zink-resistent (**Z**).

Um eine Kultur verkaufen zu können, sollte sie UV-Fluoreszenz zeigen und keine Wachstumshemmung durch Zink aufweisen (Zink-Resistenz). Vom Labor erfahren Sie, dass die Wahrscheinlichkeit, dass eine Kultur des neuen Bakteriums *mindestens eins* der gewünschten Merkmale (Zink-Resistenz oder UV-Fluoreszenz) besitzt, 60% beträgt.

1. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Kultur beide gewünschten Merkmale (Zink-Resistenz und UV-Fluoreszenz) aufweist!

Leider stellt sich heraus, dass durchschnittlich drei von zehn RV-Bakterienkulturen giftige Stoffe (**G**) bilden, die tödlich für Säugetiere aller Art sind. Weiter ist bekannt, dass im Schnitt 70% der RV-Bakterienkulturen UV-fluoreszent sind, wenn die RV-Bakterienkulturen nicht tödlich sind.

2. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte RV-Kultur unter UV-Licht fluoresziert *und* nicht tödlich auf Säugetiere wirkt?
3. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine tödliche RV-Bakterienkultur durch UV-Licht zu Fluoreszenz angeregt werden kann?

Hinweis: Bitte verwenden Sie die im Aufgabentext angegebenen Bezeichnungen (**U**, **Z**, **G**) für die Ereignisse.

Aufgabe 3*(20 Punkte)*

Die Aufgabe besteht aus fünf Teilaufgaben.

Da Paul seit Jahren nur Fruchtgummis einer Marke isst, weis Paul, daß es drei verschiedenen Tütenabfüllungen gibt:

Abfüllung	Anzahl der Fruchtgummis insgesamt	Anzahl der grünen Fruchtgummis
<i>A</i>	100	10
<i>B</i>	100	15
<i>C</i>	100	25

Die Anzahl der grünen Fruchtgummis interessieren Paul, weil er diese am liebsten isst. Da Paul nett sein will, hat er sich vorgenommen, immer dann von seinen Fruchtgummis abzugeben, wenn er annimmt, daß eine Tüte keine 25 grünen Fruchtgummis enthält (Typ *A* oder *B*).

Da der Tüteninhalt nicht von aussen sichtbar ist und die einzelnen Fruchtgummis stark aneinander kleben, ist es nicht möglich die Anzahl der grünen Fruchtgummis in einer Packung zu zählen (es sein den, man nimmt sie einzeln heraus).

Paul überlegt sich daher, die ersten 10 Fruchtgummis alleine zu essen und dabei die Anzahl der grünen Fruchtgummis zu zählen, um die Anzahl der grünen Fruchtgummis in der Tüte zu schätzen.

Hinweis: Beachten Sie die tabellierte Werte am Ende der Klausur!

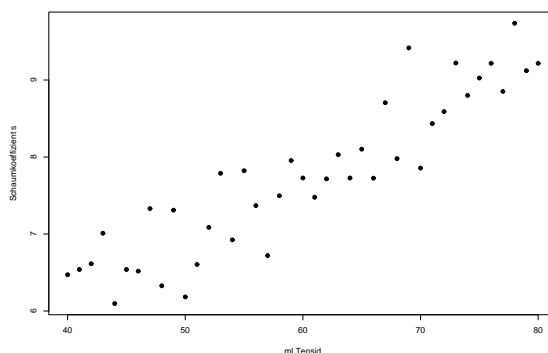
1. Wie ist die Anzahl der grünen Fruchtgummis in den ersten 10 Fruchtgummis verteilt?
2. Welches Schätzprinzip kann Paul zur Schätzung der Anzahl grüner Fruchtgummis in der Tüte benutzen? Worauf ist dabei zu achten?
3. Geben Sie ausgehend von den ersten 10 Fruchtgummis eine Schätzfunktion für die Anzahl der grünen Fruchtgummis in der Tüte an.
4. Paul hat nun 3 grüne Fruchtgummis in den ersten 10 Fruchtgummis gezählt. Gegeben Sie eine Schätzung für die Anzahl der grünen Fruchtgummis in der Tüte an. Falls Sie Aufgabenteil 3 nicht gelöst haben, begründen Sie Ihre Schätzung.
5. Angenommen Paul entscheidet sich, dass Typ *C* vorliegt (25 grüne Fruchtgummis in der Tüte), wenn in den ersten 10 Fruchtgummis mindestens 2 grüne sind. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß Paul seinen Freunden Fruchtgummis anbietet, wenn in der Tüte wirklich 25 grüne Fruchtgummis sind.

Aufgabe 4*(20 Punkte)*

Diese Aufgabe besteht aus acht Teilaufgaben.

Die Firma *BadeWonne* möchte ihren Verkaufsschlager *Cream* durch Zusatz des neuen Tensids T2a weiter verbessern. Aus Konsumentenbefragungen ist bekannt, daß die Kunden beim Baden besonderen Wert auf die Schaumbildung legen. Die Forschungsabteilung untersucht daher die Schaumbildung während eines Vollbades bei unterschiedlichen Mengen zugesetzten Tensids T2a. Die Schaumbildung wird dabei durch den sogenannten Schaumkoeffizienten s (angegeben ohne Einheit) quantifiziert.

Die Untersuchungen umfassen 41 Experimente, wobei die zugesetzte Menge Tensid T2a [ml] von 40 bis 80 Milliliter reicht. Die Ergebnisse sind in der folgenden Graphik dargestellt.



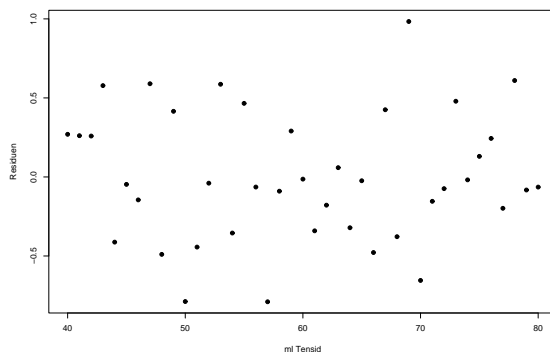
Die leitende Chemikerin geht von einem linearen Zusammenhang zwischen Tensidmenge t und Schaumkoeffizient s aus. Sie stellt das lineare Modell

$$s_i(t) = \beta_0 + \beta_1 \cdot t_i + \varepsilon_i$$

auf, wobei s_i der Schaumkoeffizient ist und t_i die zugesetzte Menge Tensid T2a im i -ten Versuch.

1. Geben Sie die Modell- und Verteilungsannahmen an.

Als Ergebnisse der Regressionsanalyse ergab sich die Schätzung $\hat{\beta}_0 = 3.1222$ mit einer geschätzten Standardabweichung von 0.3341, $\hat{\beta}_1 = 0.0770$ mit einer geschätzten Standardabweichung von 0.0055 sowie ein Bestimmtheitsmaß von $R^2 = 0.8354$. Ausserdem lieferte das verwendete Statistikprogramm folgenden Residuenplot.



2. Ist die Annahme eines linearen Zusammenhangs aufgrund der Daten und der Regressionsergebnisse plausibel? Verwenden Sie dazu auch den Residuenplot.
3. Interpretieren Sie die berechneten Werte (Parameter, Bestimmtheitsmaß).

Die Geschäftsleitung will nun wissen, ob davon auszugehen ist, daß die Zugabe des sehr teuren Tensid T2a einen Anstieg des Schaumkoeffizienten zur Folge hat. Die Zielsetzung der Geschäftsleitung ist das Tensid T2a nur dann beizumischen, wenn pro ml Tensid T2a der Schaumkoeffizient s um mehr als 0.05 steigt.

4. Formalisieren Sie die Fragestellung der Geschäftsleitung in einer Hypothese und einer Alternative. (Begründen)
5. Sollte unter der Zielsetzung der Geschäftsleitung die Hypothese zum Niveau $\alpha = 0.01$ oder zum Niveau $\alpha = 0.1$ überprüft werden. (Begründen)
6. Wie kann die Hypothese überprüft werden? Geben Sie die Methode, die dazu betrachtete Größe und deren Verteilung an.
7. Führen Sie die Überprüfung anhand der verfügbaren Werte zu einem Niveau von $\alpha = 0.05$ durch.
8. Interpretieren Sie das Ergebnis.

Name

Matr.-Nr.

Platznr.

Zu Aufgabe:

Name

Matr.-Nr.

Platznr.

Zu Aufgabe:

Name

Matr.-Nr.

Platznr.

Zu Aufgabe: