

Aufgabe 1*(20 Punkte)*

Die Aufgabe besteht aus sieben Behauptungen gegliedert in vier Unteraufgaben.

Überprüfen Sie die folgenden Behauptungen indem Sie eindeutig RICHTIG oder FALSCH zuordnen. Begründen Sie die Antworten! (Für unbegründete korrekte Antworten gibt es keine Punkte)

1. Die Schätzfunktion $\hat{b} = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n x_i = 2\bar{x}$ ist ein erwartungstreuer Schätzer für den Parameter b einer stetigen Gleichverteilung auf dem Intervall $[0, b]$, deren Verteilungsfunktion durch

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < 0 \\ \frac{x}{b} & \text{für } 0 \leq x \leq b \\ 1 & \text{für } x > b \end{cases}$$

gegeben ist.

2. Die Schätzfunktion $\hat{b} = \max \{x_1, \dots, x_n\}$ ist der Maximum-Likelihood-Schätzer für den Parameter b einer stetigen Gleichverteilung auf dem Intervall $[0, b]$.

3. Das Prognose-Intervall für die Anzahl der Erfolge bei n unabhängigen Wiederholungen eines Versuchs wird umso breiter, je größer n wird.

4. Sei $\hat{\Theta}_1$ ein erwartungstreuer ML-Schätzer für den Parameter θ_1 . Dann ist auch

- (a) $\hat{\Theta}_2 = 5 \cdot \hat{\Theta}_1$ eine erwartungstreue Schätzfunktion für den Parameter $\theta_2 = 5 \cdot \theta_1$;
- (b) $\hat{\Theta}_3 = \hat{\Theta}_2 - 4$ eine erwartungstreue Schätzfunktion für den Parameter $\theta_3 = 5 \cdot \theta_1 - 4$;
- (c) $\hat{\Theta}_4 = \hat{\Theta}_1^2$ eine erwartungstreue Schätzfunktion für den Parameter $\theta_4 = \theta_1^2$.
- (d) Alle drei Schätzfunktionen $\hat{\Theta}_2$, $\hat{\Theta}_3$ oder $\hat{\Theta}_4$ sind asymptotisch erwartungstreu.

Aufgabe 2*(20 Punkte)*

Die Aufgabe besteht aus zwei Teilaufgaben.

Ein Monitorhersteller produziert zwei Modelle, den Standardmonitor *Plusminus* und den High End Monitor *Frontal*. Das Modell *Plusminus* macht achzig Prozent der verkauften Stückzahl aus.

Seine Geräte vertreibt der Hersteller über das Internet. Er versendet siebzig Prozent der Monitore mit dem Paketdienst *Schnell&Billig*. Der Rest wird mit dem Paketdienst *Lamm&Sanft* verschickt. Die Wahl des Paketdienstes ist dabei unabhängig vom Monitormodell.

Insgesamt wird jeder zehnte versandte Monitor von Kunden beanstandet, wobei neun von zehn Reklamationen bei mit *Schnell&Billig* versandten Monitoren registriert werden. Die Reklamationen können alleine auf den Versand zurückgeführt werden, da ein Fünftel der defekten Monitore aus der Modellreihe *Frontal* stammen.

1. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß ein Monitor, der mit *Schnell&Billig* verschickt wird, nicht vom Kunden beanstandet wird?
2. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß ein beanstandeter Monitor aus der Modellreihe *Plusminus* stammt und mit *Schnell&Billig* versandt wurde?

Aufgabe 3*(30 Punkte)*

Die Aufgabe besteht aus zwei Teilaufgaben mit insgesamt fünf Unteraufgaben.

In einem Unternehmen werden Geschäftsergebnisse mittels Standarddokumenten von jeweils 10 000 Zeichen von den Filialen zur Zentrale gesendet. Zur Übertragung werde bisher eine Methode A(lt) verwandt. Die Unternehmensleitung überlegt nun, ob sie ein neues Übertragungsverfahren, Methode N, einführen soll, wobei sich an den Standarddokumenten nichts ändert.

1. Bei der Übertragung mit Methode A ist das Auftreten eines Fehlers für jedes Zeichen unabhängig und identisch verteilt mit einer Fehlerwahrscheinlichkeit von einem Prozent.
 - (a) Wie ist die Zufallsvariable X 'Anzahl der Übertragungsfehler pro Dokument' verteilt?
 - (b) Wie groß ist der Erwartungswert und die Varianz von X ?
 - (c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß ein Dokument fehlerfrei übertragen wird? Runden Sie dabei auf die erste Stelle, die nicht Null ist!

2. Es soll eine neue Übertragungstechnik $N(eu)$ eingeführt werden, wobei die Zeichenanzahl in den Standarddokumente gleich bleibt. Vorher soll jedoch sichergestellt werden, daß in Bezug auf die Anzahl der Übertragungsfehler eine Verbesserung erzielt wird. Dazu werden versuchsweise zehn Dokumente mit der neuen Übertragungstechnik verarbeitet und die Anzahl der Übertragungsfehler bestimmt:

91 97 96 101 90 88 95 94 102 91

- (a) Berechnen Sie ein zweiseitiges approximatives 95%–Konfidenzintervall für die erwartete Anzahl von Übertragungsfehlern mittels der neuen Übertragungstechnik. Formulieren Sie die Aussage des Konfidenzintervalls.
- (b) Testen Sie zum 5 Prozent Niveau, ob die neue Übertragungsmethode in Bezug auf Übertragungsfehler besser ist.
- Wie lautet die Hypothesen?
 - Geben Sie allgemein die Prüfgröße an.
 - Wie ist die Prüfgröße verteilt?
 - Berechnen Sie die Prüfgröße.
 - Gegen Sie den Ablehnbereich an.
 - Wie lautet die Testentscheidung?

Aufgabe 4*(30 Punkte)*

Die Aufgabe besteht aus vier Teilaufgaben.

Im Oktober 2000 wurden an dreißig Tagen folgende Temperaturen in einem Ort im Sauerland gemessen (in C°):

-0.9	1.6	6.6	1.6	1.1	6.6	1.6	3.6	0.1	10.1
7.6	8.6	9.6	7.6	-0.9	8.1	-0.4	11.1	0.1	-0.9
10.6	7.1	-0.4	0.1	0.1	7.6	0.1	-0.4	-0.4	-1.3

Dabei spielt die Reihenfolge keine Rolle, da die Temperaturen auf einzelne Zettel notiert wurden, die leider durcheinander geraten sind.

Aus langjährigen Messung ist bekannt, daß die Standardabweichung der Tagestemperaturen im Oktober $4.3 C^\circ$ beträgt.

1. Stellen Sie mittels eines Histogramms die gruppierten Daten dar. Erstellen Sie dazu zuerst eine geeignete Tabelle. Wählen Sie dazu eine der beiden Klasseneinteilungen aus und begründen Sie Ihre Wahl.

	1. Einteilung	2. Einteilung
1	$-20 < x \leq -5$	$x \leq -1$
2	$-5 < x \leq 0$	$-1 < x \leq 1$
3	$0 < x \leq 5$	$1 < x \leq 3$
4	$5 < x \leq 10$	$3 < x \leq 5$
5	$10 < x \leq 15$	$5 < x \leq 7$
6	$15 < x \leq 30$	$7 < x$

2. Stellen Sie mittels einer Verteilungsfunktion die gruppierten Daten dar. Erweitern Sie dazu die Tabelle aus 1 geeignet.
3. Bestimmen Sie graphisch einen Lageparameter sowie einen Streuungsparameter für die Temperaturdaten. Verwenden Sie dazu die Verteilungsfunktion aus dem 2. Aufgabenteil.
4. Berechnen Sie basierend auf den 30 Messungen und der bekannten Varianz ein 80%-Konfidenzintervall für die Tagestemperatur im Oktober in diesem Ort im Sauerland. Einzige zulässige Annahme ist, daß die Tagestemperaturen unabhängig identisch verteilt sind.

Name

Matr.-Nr.

Platznr.

Zu Aufgabe:

Name

Matr.-Nr.

Platznr.

Zu Aufgabe:

Name

Matr.-Nr.

Platznr.

Zu Aufgabe: