Name Matr.-Nr. Platznr.

Aufgabe 1 *(10 Punkte)*

Die Aufgabe besteht aus zwei Teilaufgaben A und B. **Beide** Teilaufgaben sind zu lösen.

Teil A

Sei die Zufallsvariable X gemäß einer Binomialverteilung mit $n = 25$ und $p = 0.2$ verteilt. Bestimmen Sie $P\left(X < \mu_X - 2\sigma_X\right)$. Dabei bezeichnet μ_X den Erwartungswert von X und σ_X die Standardabweichung von X.

Teil B

Sei die Zufallsvariable X normalverteilt mit Erwartungswert $\mu_X = 2$ und Varianz $\sigma_X^2 = 1$. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis $[|X-2| < 1]$.

Name Matr.-Nr. Platznr.

Aufgabe 2 *(10 Punkte)*

Beweisen Sie

$$P(A|B) \geq P(A) \Rightarrow P(B|A) \geq P(B).$$

Name	Matr.-Nr.	Platznr.

Aufgabe 3 *(15 Punkte)*

Die Aufgabe besteht aus fünf Fragen $1, 2, 3, 4, 5$. Alle Fragen sind zu beantworten.

Beantworten Sie die folgenden Fragen eindeutig mit JA oder NEIN. Begründen Sie die Antworten! (Für unbegründete richtige Antworten gibt es keine Punkte)

1. Das Prognose-Intervall für die Anzahl der Erfolge bei n unabhängigen Wiederholungen eines Versuchs wird umso breiter, je größer n wird.

2. Die Lebensdauer Y eines Gerätes (in Tagen) sei exponentialverteilt mit dem Erwartungswert $EY = 20$. Es sei X die Lebensdauer der Geräte, die bereits 10 Tage hinter sich haben. Dann ist auch X exponentialverteilt mit dem Erwartungswert $EX = 20$.

3. Damit Erwartungswert und Median einer Zufallsvariable identisch sind, muß die Zufallsvariable symmetrisch verteilt sein.

Name Matr.-Nr. Platznr.

4. Die Merkmale X und Y sollen gemeinsam von der Zeit T abhängen: Zu jedem Zeitpunkt $T = t$ sei die Korrelation zwischen $X(t)$ und $Y(t)$ negativ

$$\rho\left(X\left(t\right);Y\left(t\right)\right) < 0.$$

Muß dann bei Berücksichtigung aller Zeitpunkte auch die Korrelation

$$\rho\left(X;Y\right)$$

zwischen X und Y negativ sein? Begründen Sie die Antwort an einer Skizze.

Name Matr.-Nr. Platznr.

5. Die folgenden drei Teilfrage sind nur mit JA oder NEIN zu beantworten. **Eine Begründung ist nicht anzugeben.** Eine richtige Antwort gibt +1 Punkte, eine falsche Antwort -1.

   (a) Ein erwartungstreuer Schätzer der Varianz ist gegeben durch

   $$\widehat{\sigma}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2 .$$

   (b) Ein konsistenter Schätzer der Varianz ist gegeben durch

   $$\widehat{\sigma}^2 = \frac{1}{n^2+2} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2 .$$

   (c) Ein asymptotisch erwartungstreuer Schätzer ist auch konsistent.

Name Matr.-Nr. Platznr.

Aufgabe 4 *(10 Punkte)*

Heutzutage müssen Brötchen gewissen Gewichtsanfordungen entsprechen. Sie müssen mehr als $\mu_1 = 48.5$ Gramm wiegen, aber dürfen nicht schwerer als $\mu_2 = 52.5$ Gramm sein. Nun gibt es zwei Interessengruppen, die an der Einhaltung dieser Richtlinien interessiert sind:

- die Verbraucher, die sicher sein wollen, daß das Mindestgewicht gegeben ist (Wenn die Brötchen zu leicht sind, werden die Verbraucher den Bäcker verklagen), und
- die Konkurrenz, die kontrolliert, daß die Brötchen nicht zu schwer werden (Wenn die Brötchen zu schwer sind, wird eine Bußgeld fällig).

Beide Interessengruppen überprüfen eine Bäckerei. Sie nehmen dabei an, daß das Gewicht der Brötchen normalverteilt ist mit Erwartungswert μ_0 und bekannter Varianz $\sigma^2 = 2$.

1. Wie werden die Hypothesen der beiden Interessengruppen (Verbraucher; Konkurrenz) lauten? Begründen Sie die Hypothesenwahl.
2. Beide Interessengruppen betrachten die gleiche Stichproben von 10 Brötchen. Dabei ergab sich ein mittleres Gewicht von 51.9 Gramm. Überprüfen Sie anhand dieser Stichprobe die Hypothesen der beiden Interessengruppen zu einem Signifikanzniveau von $\alpha = 0.05$. Formulieren Sie die Aussagen der Testergebnisse genau.

Name Matr.-Nr. Platznr.

Aufgabe 5 *(15 Punkte)*

Die Aufgabe besteht aus zwei Teilaufgaben A und B. **Beide** Teilaufgaben sind zu lösen.

Gegeben seien 30 Beobachtungen der Zufallsvariablen X, deren Realisationen die Werte $1, 2, 3, \ldots, 100$ annehmen können. Die 30 Beobachtungen wurden zu folgender Tabelle zusammengefaßt:

von ... bis ...	1-20	21-40	41-60	61-80	81-100
Anzahl	7	5	6	6	6

Teil A

1. Stellen Sie die relative Klassenhäufigkeit in einem Histogramm dar.
2. Zeichnen Sie die empirische Verteilungsfunktion der Daten.
3. Bestimmen Sie graphisch den empirischen Median der gruppierten Daten.
4. Berechnen Sie das arithmetische Mittel und die empirische Varianz der klassierten Beobachtungen.

Name Matr.-Nr. Platznr.

Teil B

1. Skizzieren Sie eine Testidee für die Hypothese “Die Beobachtungen stammen aus einer Gleichverteilung”. Wie lautet eine Prüfgröße?
2. Unter welchen Voraussetzungen kann die Verteilung der Prüfgröße approximativ angegeben werden?
3. Geben Sie nun den Ablehnbereich für den Test zum Signifikanzniveau von $\alpha = 0.05$ an.
4. Die berechnete Prüfgröße ist kleiner als 2. Zu welchem Schluß kommen Sie?

Name Matr.-Nr. Platznr.

Zu Aufgabe:

Name Matr.-Nr. Platznr.

Zu Aufgabe:

Name Matr.-Nr. Platznr.

Zu Aufgabe: