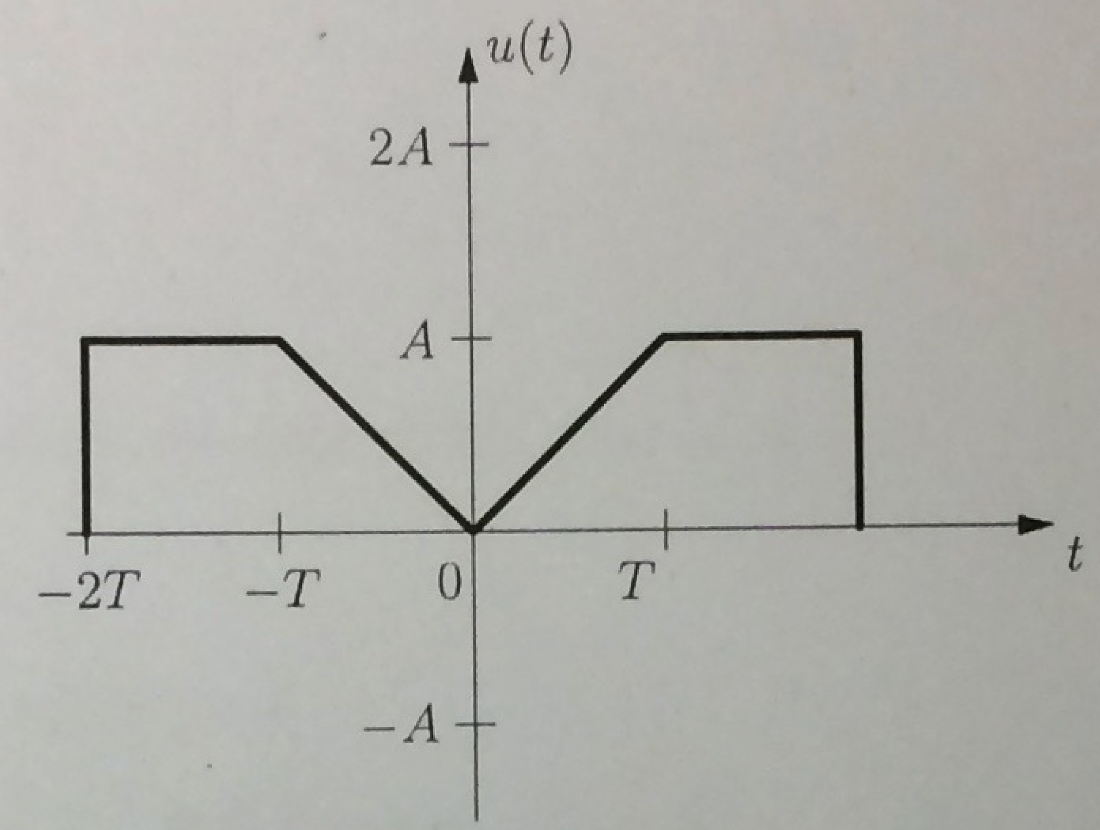
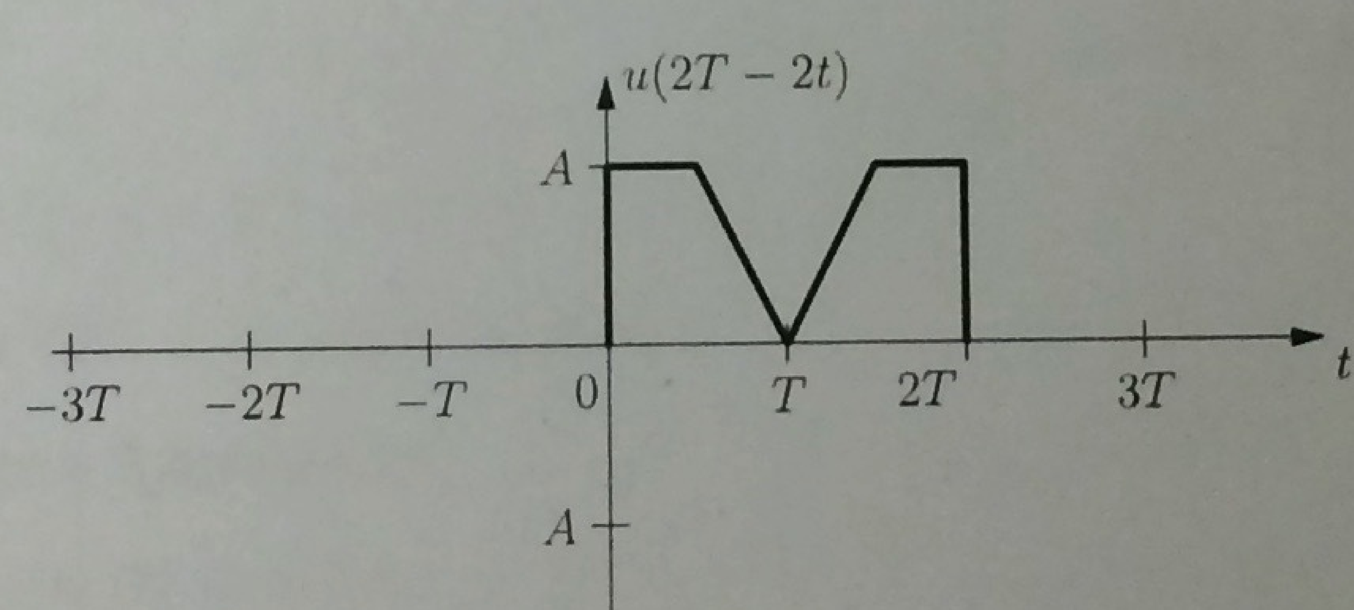
1 Zeitkontinuierliche Signale — 12 Punkte

1.1 Gegeben sei das folgende zeitkontinuierliche Signal $u(t)$. — 1,5 P



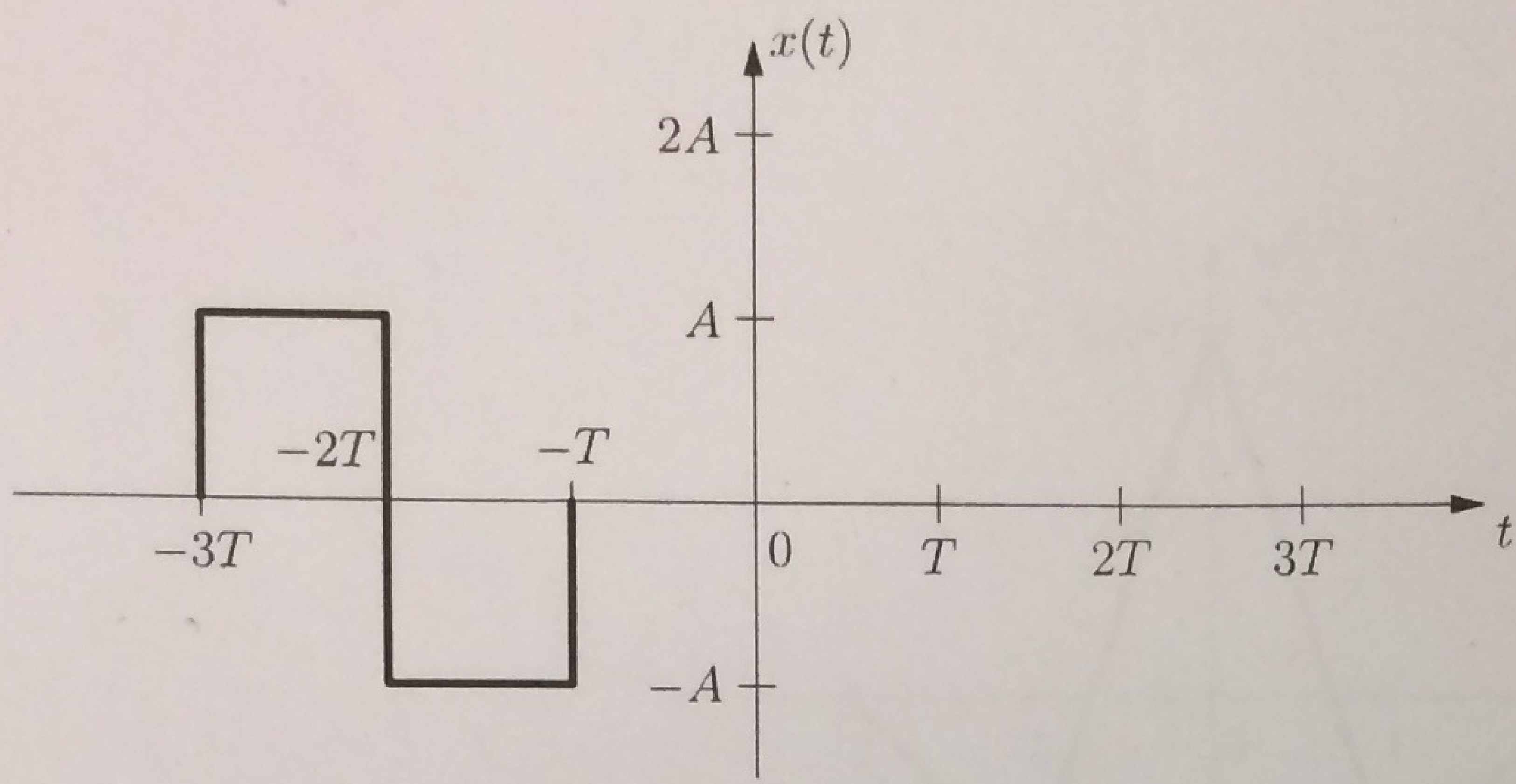
a) Skizzieren Sie das Signal $w(t) = u(2T - 2t))$. — 2 P



1 Punkt für die richtige Skalierung

1 Punkt für die richtige Verschiebung

1.2 Gegeben sei das folgende Signal $x(t)$. 6,5 P



a) Berechnen Sie die Autokorrelationsfunktion $r_{xx}(\tau)$. 4,5 P

Fall 1: $\tau > 2T : r_{xx}(\tau) = 0$

Fall 2: $2T > \tau > T :$ **0,5 Punkte**

$$r_{xx}(\tau) = \int_{-3T}^{-\tau-T} -A^2 dt \ \textbf{0,5 Punkte}$$

$$= -A^2(-\tau - T + 3T) = -A^2(2T - \tau) \ \textbf{0,5 Punkte}$$

3. Fall: $-2T \leq T - \tau < -T :$ **0,5 Punkte**

$$r_{xx}(\tau) = \int_{-3T}^{-\tau-2T} A^2 dt + \int_{-\tau-2T}^{-2T} -A^2 dt + \int_{-2T}^{-\tau-T} A^2 dt \ \textbf{0,5 Punkte}$$

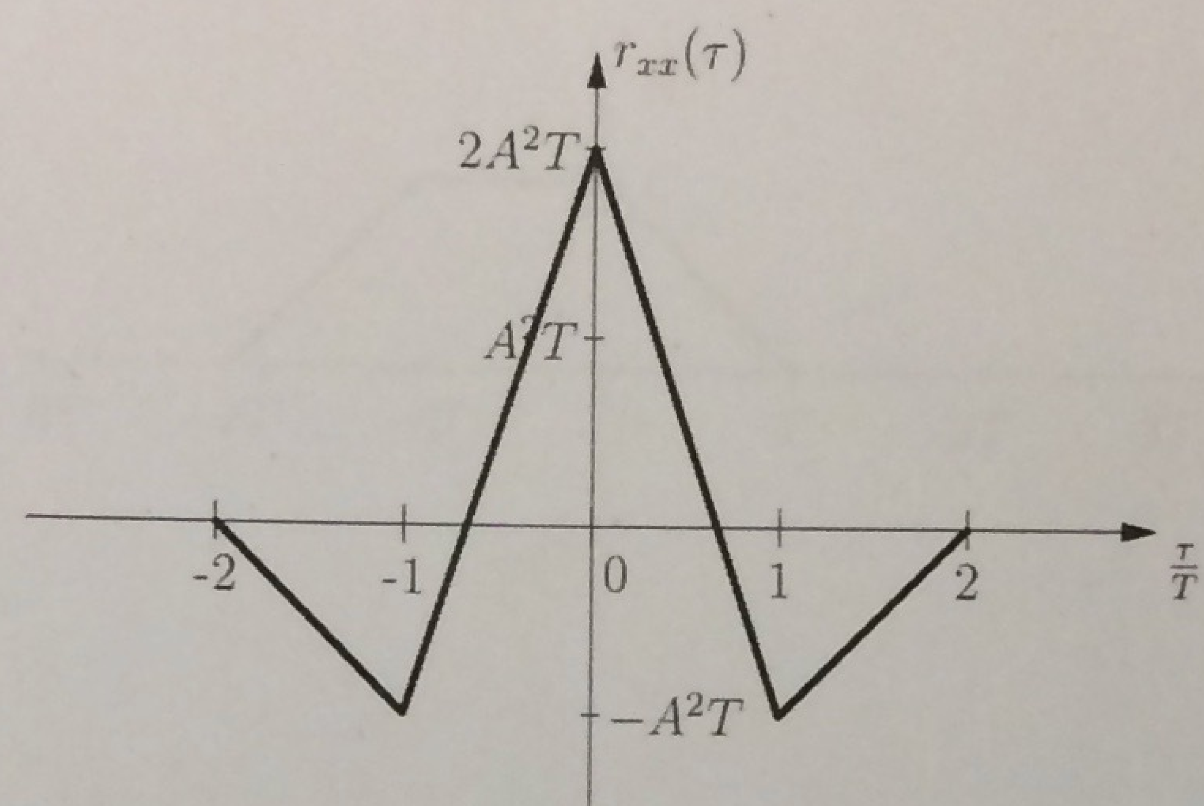
$$= A^2(-\tau + T) - A^2(\tau) + A^2(-\tau + T)$$

$$= A^2(2T - 3\tau) \ \textbf{0,5 Punkte}$$

4. Fall: wegen Symmetrie: $-T \leq \tau < 0 : r_{xx}(\tau) = A^2(2T + 3\tau)$ **1 Punkt**

5. Fall: wegen Symmetrie: $-2T \leq \tau < -T : r_{xx}(\tau) = 0$

b) Skizzieren Sie $r_{xx}(\tau)$ im Bereit $-3T \leq \tau \leq 3T$. 2 P

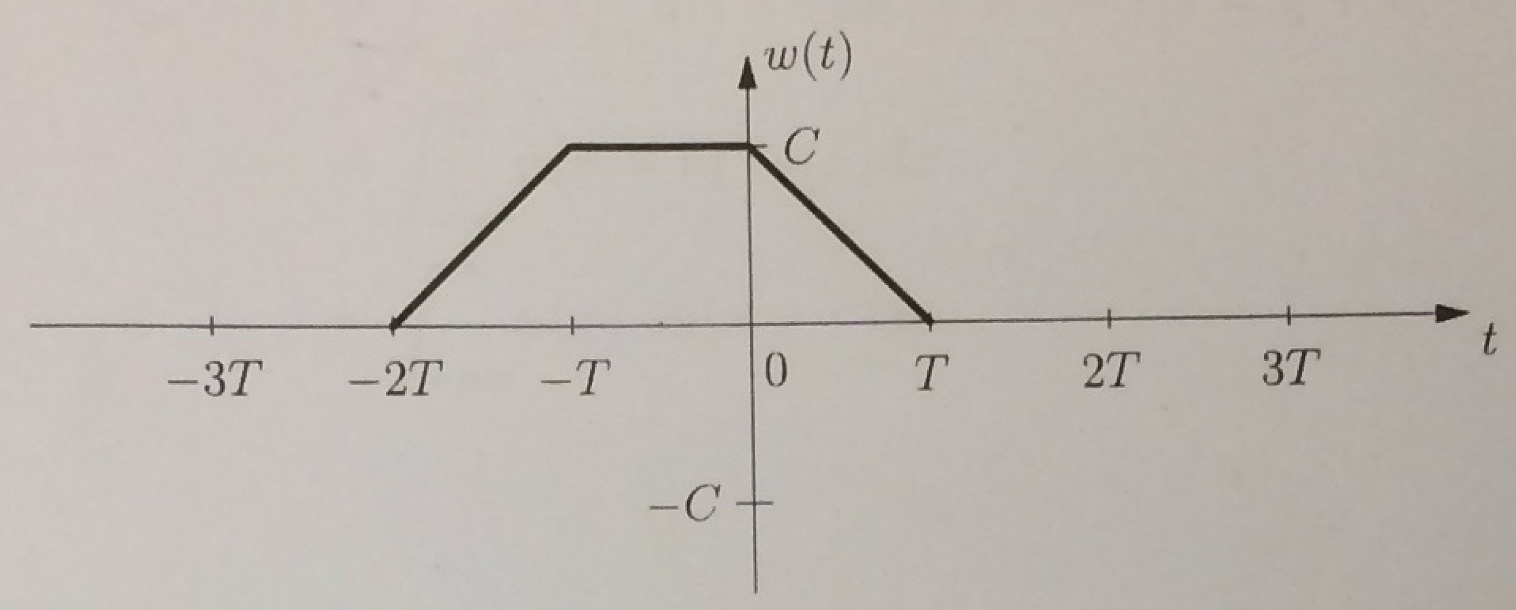


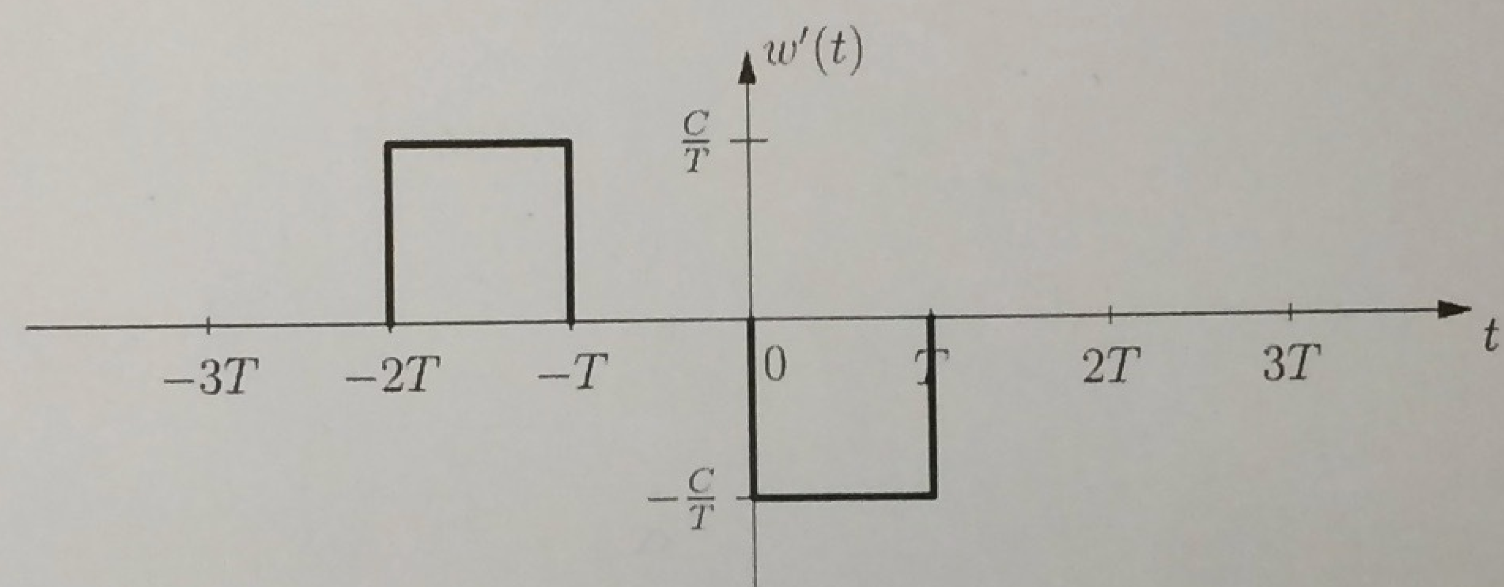
1 Punkt für die richtigen Nullstellen

0,5 Punkte für die maximale Amplitude

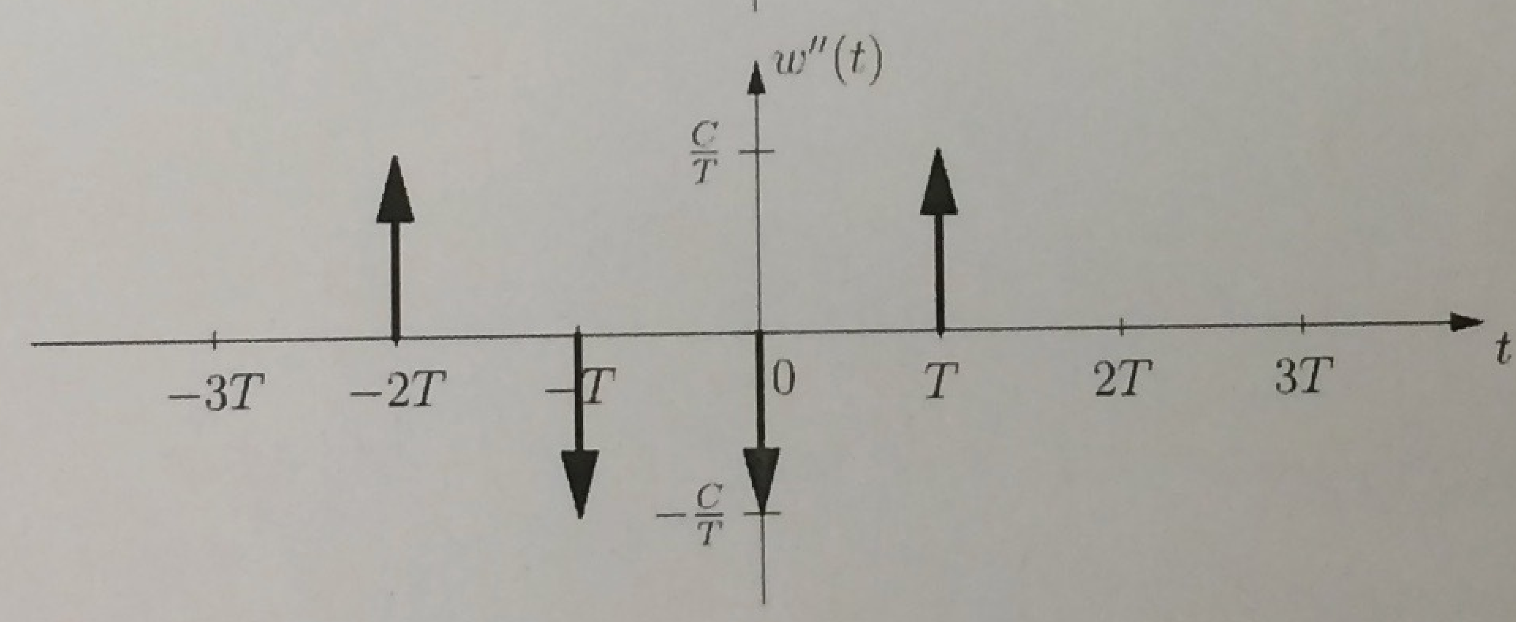
0,5 Punkte für den Kurvenverlauf

1.3 Berechnen Sie die Fouriertransformierte des folgenden Signals. Fassen Sie das Ergebnis soweit wie möglich zu trigonometrischen Funktionen zusammen. **2 P**





0,5 Puntke



0,5 Punkte

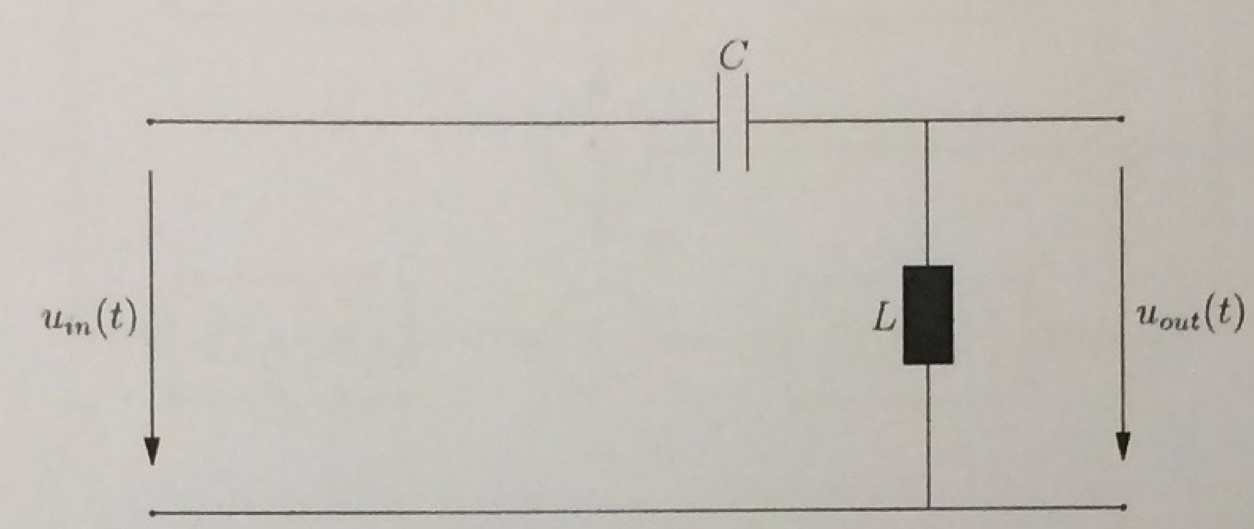
$$
\begin{aligned}
w''(t) &= \frac{C}{T}(\delta(t+2T) - \delta(t+T) - \delta(t) \\
-\omega^2 W(j\omega) &= \frac{C}{T}\left(e^{j\omega 2T} - e^{j\omega T} - 1 + e^{-j\omega T}\right) \textbf{ 0,5 Punkte} \\
&= \frac{C}{T} e^{j\omega\frac{2}{T}}\left(e^{j\omega\frac{2}{3T}} - e^{j\omega\frac{2}{T}} - e^{j\omega\frac{2}{T}} + e^{j\omega\frac{2}{3T}}\right) \\
&= \frac{C}{T} e^{j\omega\frac{2}{T}}\left(2\cos\left(\omega\frac{3}{2}T\right) - 2\cos\left(\omega\frac{T}{2}\right)\right) \textbf{ 0,5 Punkte}
\end{aligned}
$$

1.4 Beweisen Sie den folgenden Zusammenhang $r_{uu}(\tau) = r_{uu}(-\tau)$. 2* P

$$
\begin{aligned}
r_{uu}(-\tau) &= \int_{-\infty}^{\infty} u(t) \cdot u(t-\tau)dt, x = t - \tau, t = x + \tau \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} u(x+\tau) \cdot u(x)dx \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} u(x) \cdot u(x+\tau)dx
\end{aligned}
$$

2 Zeitkontinuierliche Systeme und Abtastung — 10 Punkte

2.1 Gegeben sei das folgende Netzwerk. 4 P



a) Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion $H(s)$ des Systems im Laplacebereich unter Verwendung der komplexen Impedanzen. 2 P

$$H(s) = \frac{U_{out}(s)}{U_{in}(s)} = \frac{sL}{sL + \frac{1}{sC}} = \frac{s^2}{s^2 + \frac{1}{LC}} \quad \textbf{(1 Punkt)}$$

b) Geben Sie die Impulsantwort des Systems im Zeitbereich an. 2 P

$$s_1 = \frac{1}{\sqrt{LC}}j,\ s_2 = -\frac{1}{\sqrt{LC}}j$$

Partialbruchzerlegung:

$$\frac{A}{s-s_1} + \frac{B}{s-s_2} = \frac{s^2}{(s-s_1)(s-s_2)}$$

$$A = \frac{s_2^2(s-s_1)(s-s_2)}{(s-s_1)(s-s_2)} = -\frac{1}{LC} \qquad -j\frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{LC}}$$

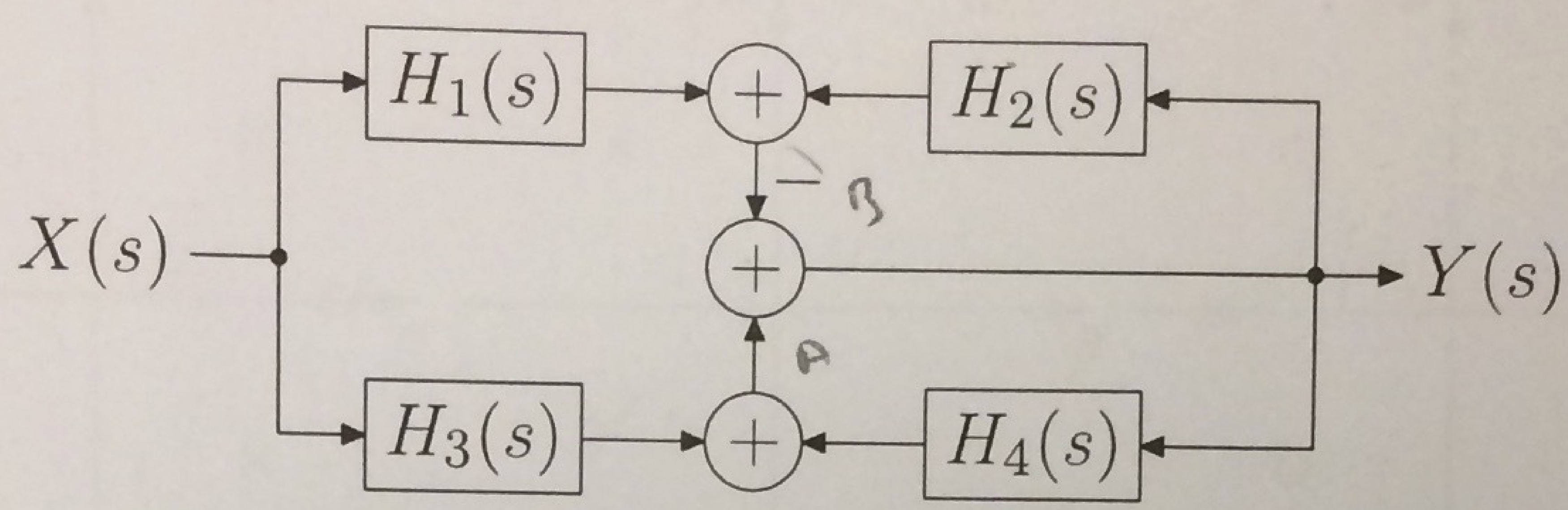
$$B = \frac{s_1^2(s-s_1)(s-s_2)}{(s-s_1)(s-s_2)} = -\frac{1}{LC} \qquad +j\frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Rücktransformation in den Zeitbereich:

$$h(t) = \frac{1}{LC}e^{-j\frac{1}{\sqrt{LC}}t} + \frac{1}{LC}e^{j\frac{1}{\sqrt{LC}}t} = \frac{2}{LC}\cos\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}t\right)$$

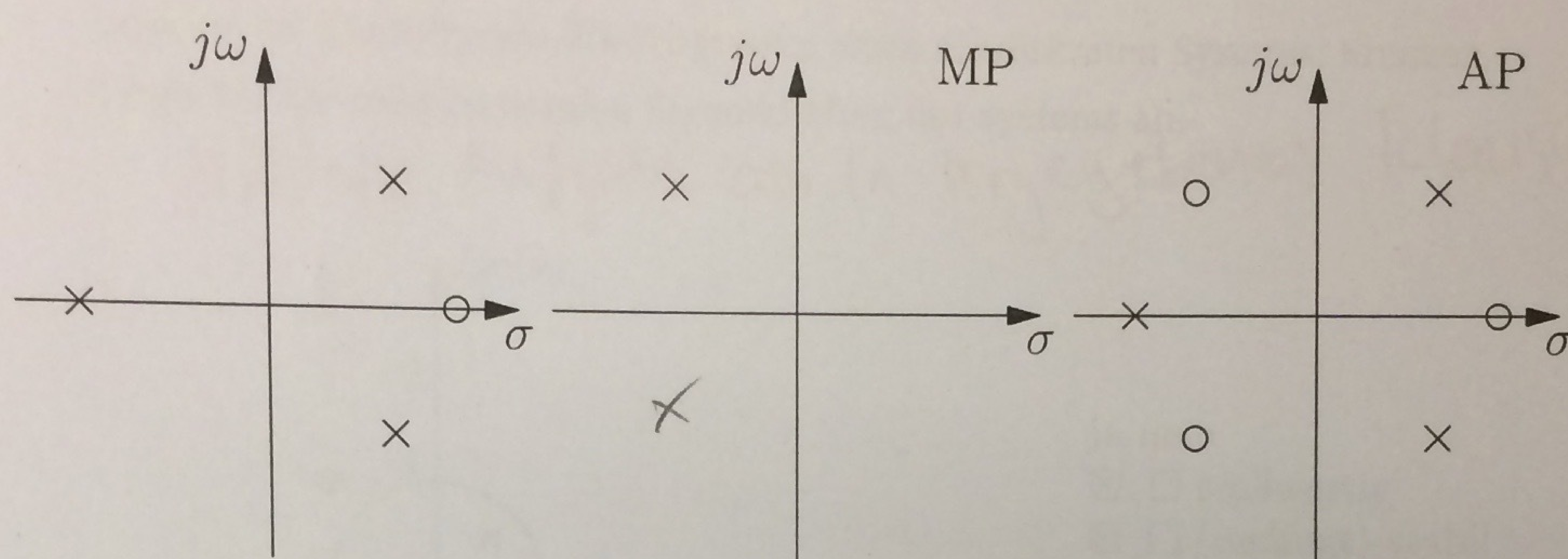
$$-\frac{1}{\sqrt{LC}}\sin\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}t\right) + \delta(t) \quad , t > 0$$

2.2 Gegeben sei das folgende Blockschaltbild. Geben Sie die Gesamtübertragungsfunktion $H_{\text{ges}}(s)$ in Abhängigkeit von den Einzelübertragungsfunktionen $H_i(s)$, $i = 1, \ldots, 4$, an. Fassen Sie das Ergebnis so weit wie möglich zusammen. 4 P



$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{H_3(s) - H_1(s)}{1 + H_2(s) - H_4(s)}$$

2.3 Zerlegen Sie das unten skizzierte PN-Diagramm in einen Allpass und einen minimalphasigen Anteil. 2 P



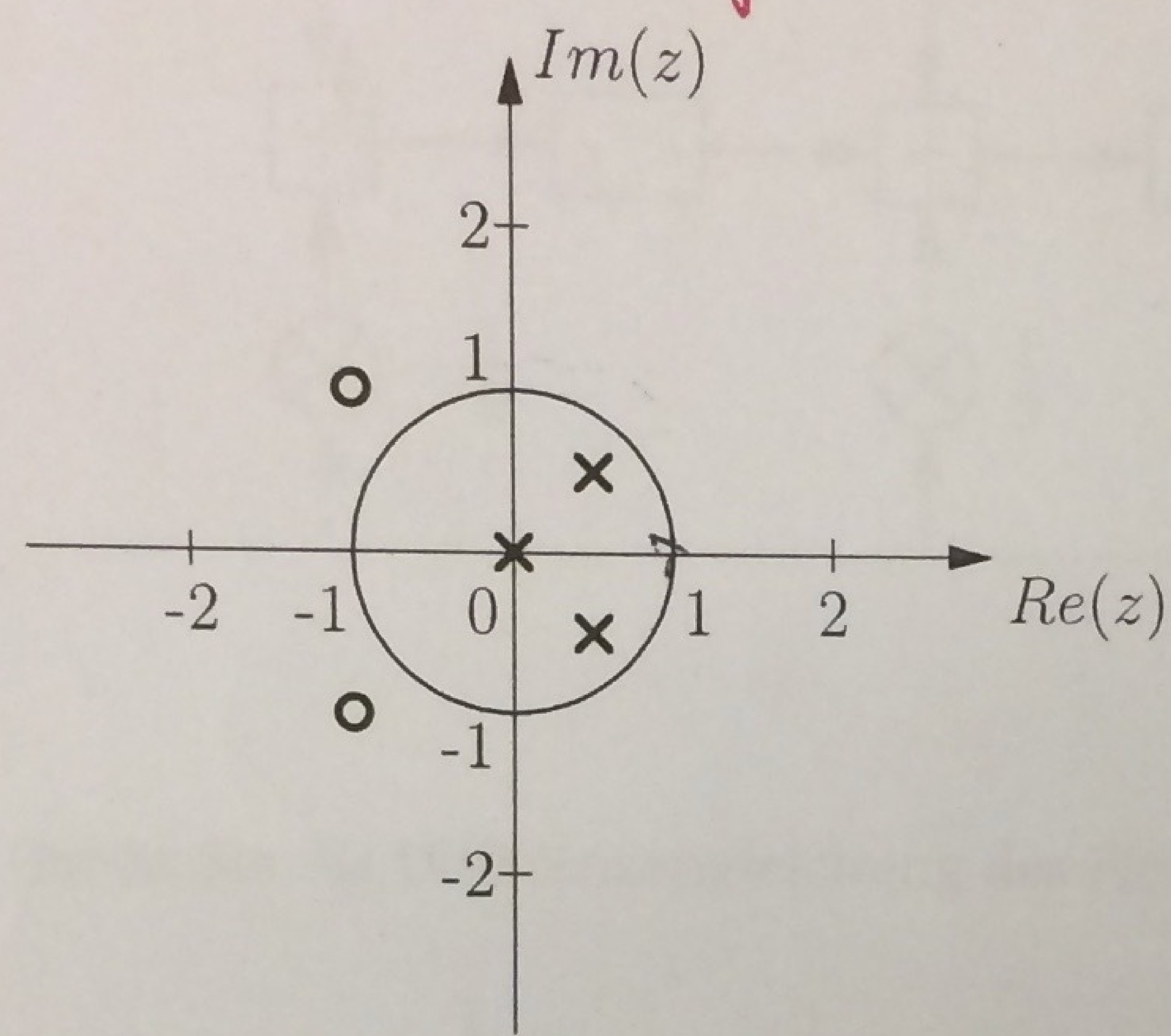
jeweils 0,5 Punkte je PN-Diagramm

3 Zeitdiskrete Signale und Systeme **10 Punkte**

3.1 PN-Diagramme zeitdiskreter Systeme 4 P

a) Gegeben sei das folgende PN-Diagramm eines zeitdiskreten Systems. Kreuzen Sie rechts die entsprechenden Eigenschaften des Systems an. 3 P

andere Aufgabe als in vorgegebener Klausuraufgabe!



ja	nein	
☒	☐	reellwertig
☒	☐	(bedingt) stabil
☒	☐	kausal
☐	☒	linearphasig
☐	☒	Allpass
☐	☒	minimalphasig

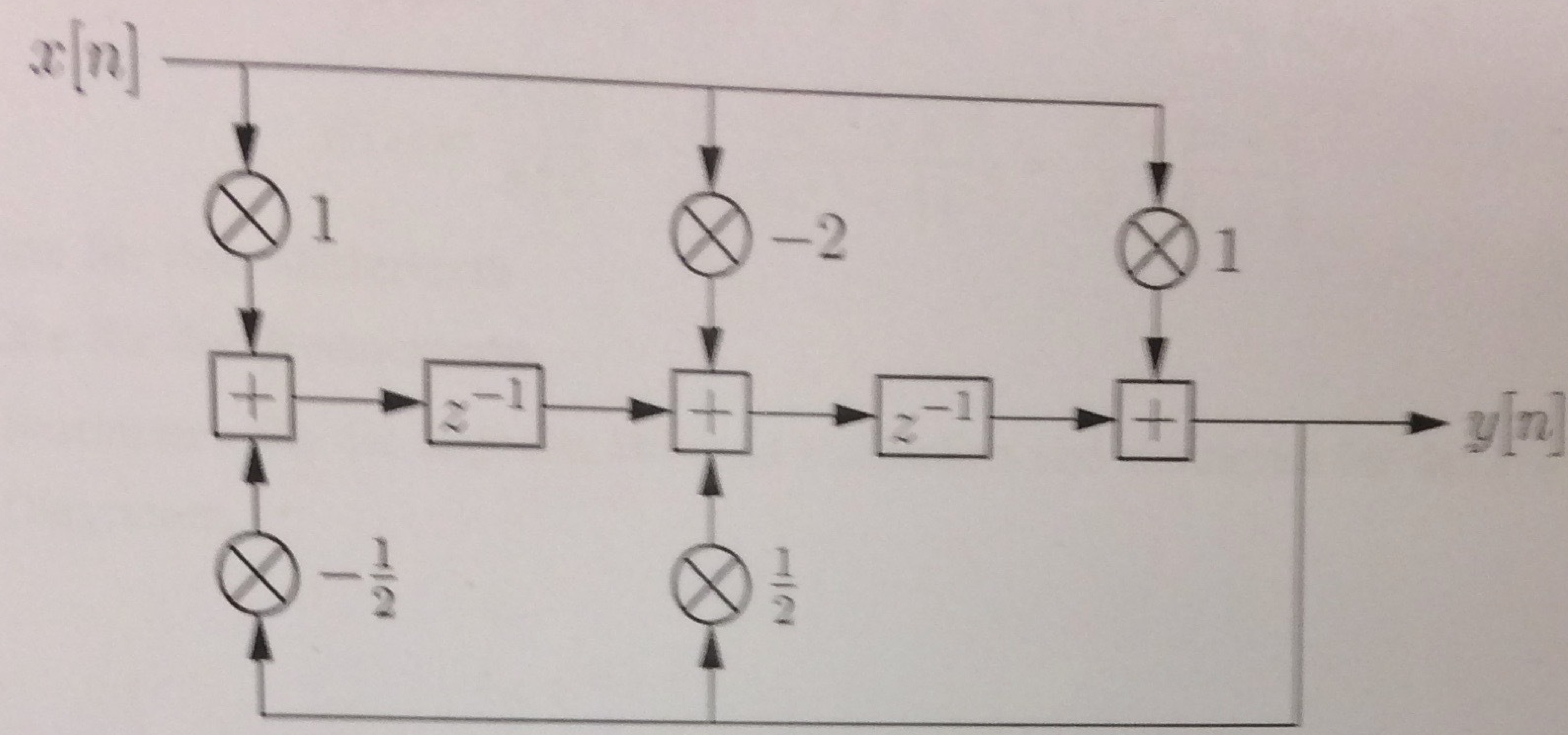
b) Skizzieren Sie den Amplitudengang des Systems im Bereich $-\pi \leq \Omega \leq \pi$. 1 P

Es handelt sich um einen Allpass! $H(j\omega) = const.$

?

Falsch!

Falsche Lösung neu ?



a) Geben Sie die Differenzengleichung des Filters an. 1 P

$$y(n) - \frac{1}{2}y(n-1) + \frac{1}{2}y(n-2) = x(n) - 2x(n-1) + x(n-2)$$

0,5 Punkte für die y-Terme

0,5 Punkte für die x-Terme

b) Geben Sie weiterhin die Systemfunktion des Filters an. 1 P

$$Y(z) - \frac{1}{2}Y(z)z^{-1} + \frac{1}{2}Y(z)z^{-2} = X(z) - 2X(z)z^{-1} + X(z)z^{-2}$$

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1 - 2z^{-1} + z^{-2}}{1 - \frac{1}{2}z^{-1} + \frac{1}{2}z^{-2}} = \frac{z^2 \mp 2z + 1}{z^2 - \frac{1}{2}z + \frac{1}{2}}$$

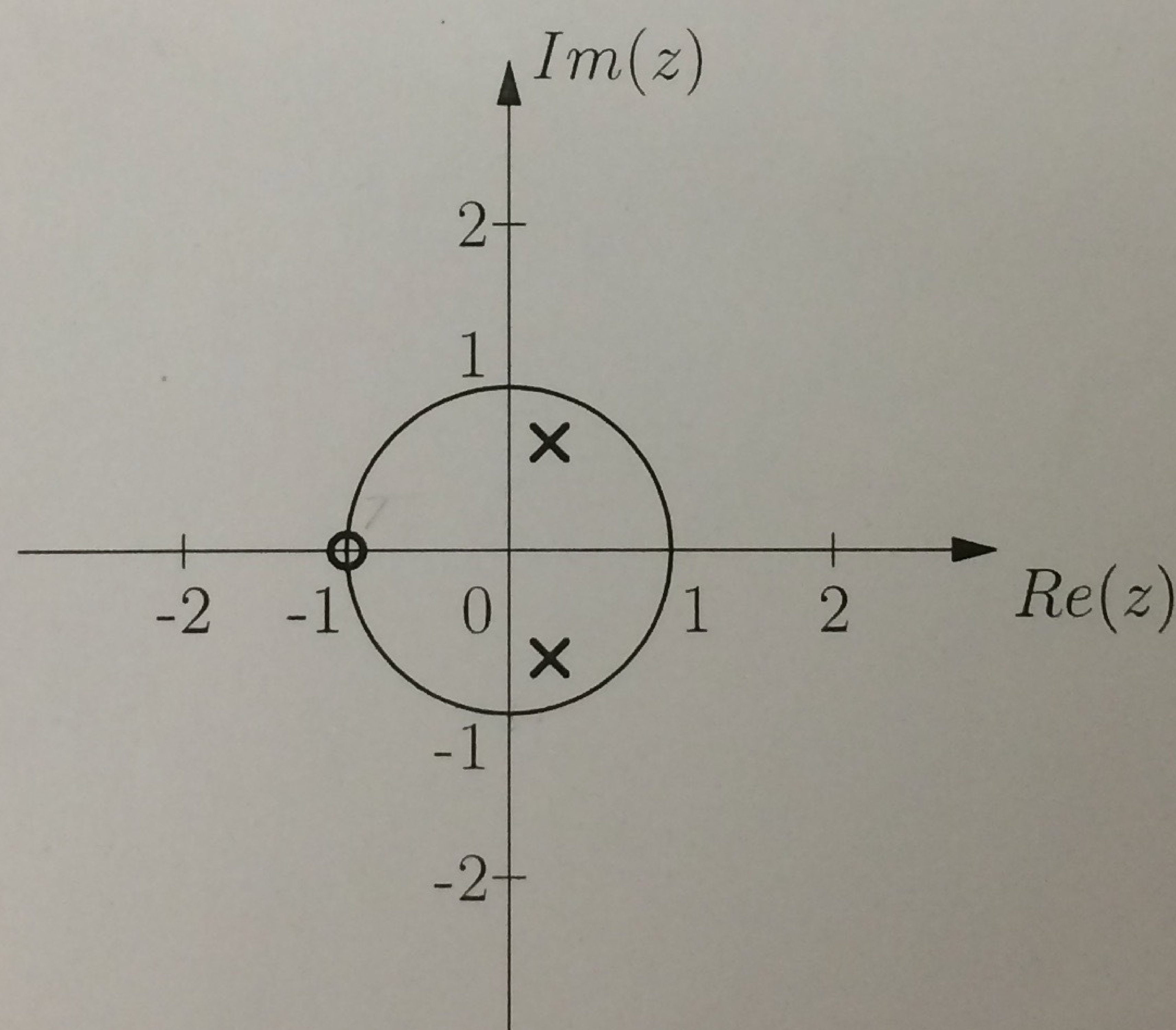
0,5 Punkte für den Zählerterm

0,5 Punkte für den Nennerterm

c) Bestimmen Sie die Lage der Pol- und Nullstellen und skizzieren Sie das PN-Diagramm. 1 P

$$z_{o1/2} = -1$$

$$z_{x1/2} = \frac{1}{4} \pm \sqrt{\frac{1}{16} - \frac{8}{16}} = \frac{1}{4} \pm \frac{\sqrt{7}}{4}j$$



0,5 Punkte für die Polstellen

0,5 Punkte für die Nullstellen

d) Geben Sie die ersten drei Elemente der Impulsantwort des Filters an. 2 P

$$h = \left\{1, -\frac{3}{2}, -\frac{1}{4}\right\}$$

3.3 Berechnen Sie die diskrete Kreuzkorrelation $r_{uv}(k)$ für die Signale $u = \{1, 2, 0\}$ und $v = \{1, 0, -1\}$. 1 P

$$r_{vv} = \{-1, -2, 1, 2, 0\}$$