



# Klausur Signale und Systeme

## 04. Okt. 2005

Name: .....

Vorname: .....

Matr.-Nr.: .....

Bearbeitungszeit: 90 Minuten

Hinweise:

- Die Lösungen bitte jeweils auf den freien Platz unterhalb der Aufgabe schreiben. Benutzen Sie ggf. auch die freien Rückseiten der Aufgabenblätter, *jedoch kein anderes Papier!* Bei Bedarf teilt die Klausuraufsicht weitere Blätter aus.
- Der Lösungsweg muss bei jeder Aufgabe erkennbar sein!
- Hilfsmittel:
  - nicht programmierbarer Taschenrechner
  - handschriftliche Formelsammlung (ein A4 Blatt, einseitig)
- Verwenden Sie bitte keinen Bleistift und keinen roten oder grünen Stift.
- Bei einem Täuschungsversuch wird die Klausur mit 5,0 bewertet.

A1	A2	A3	Summe

## 1. Aufgabe (10 Punkte): Signale im Zeit- und Frequenzbereich

Gegeben sind:

$$u(t) = A \Pi_T(t/2) \left(1 - \left|\frac{t}{T}\right|\right)$$

$$v(t) = \delta_{2T}(t) \cos\left(\frac{\pi t}{2T}\right)$$

$$w(t) = u(t) * v(t)$$

### 1.1. Zeittransformation (3 Punkte)

Skizzieren Sie  $u(t)$  und  $v(t)$ . Achten Sie auf eine vollständige Beschriftung.

### 1.2. Faltung (2 Punkte)

Skizzieren Sie  $w(t)$ , achten Sie unbedingt auf eine vollständige Beschriftung.

**1.3. Energie/Leistung (2 Punkte)**

Handelt es sich bei  $w(t)$  um ein Energiesignal oder Leistungssignal? Wenn es sich um ein Energiesignal handelt bestimmen Sie die Energie, wenn es sich um ein Leistungssignal handelt bestimmen Sie die Leistung von  $w(t)$ .

**1.4. Fouriertransformation (1 Punkt)**

Zeigen Sie, daß periodische Signale ein frequenzdiskretes Spektrum (Linienspektrum) aufweisen.

**1.5. Kreuzkorrelation (2 Punkte)**

Zeigen Sie, daß zwischen Kreuzkorrelation und Faltung folgender Zusammenhang besteht:

$$r_{uv}(\tau) = u(-\tau) * v(\tau)$$

## 2. Aufgabe (10 Punkte): Zeitkontinuierliche Signale und Systeme

### 2.1. Pol-/ Nullstellendarstellung (4 Punkte)

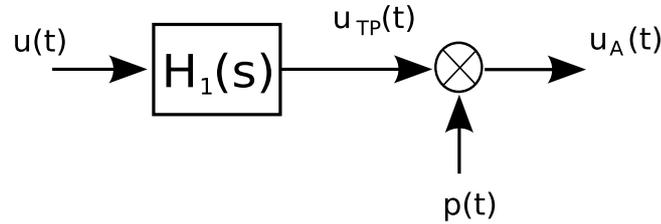
Von einem zeitkontinuierlichen, realen und linearen System  $H_1$  seien folgende Eigenschaften bekannt:

1. Das System ist stabil.
2. Das System ist minimalphasig.
3. Der Amplitudengang weist Tiefpaß-Charakteristik auf.
4.  $\lim_{\omega \rightarrow \infty} H(j\omega) = 0$
5. Der Betrag des Realteils aller Pol- und Nullstellen ist 0, 5
6. Es existieren insgesamt fünf Pol-/Nullstellen (zusammen).
7. Der Imaginärteil einer Pol- *oder* Nullstelle ist 1.
8. Der Imaginärteil einer Pol- *oder* Nullstelle ist 2.

Skizzieren Sie das Pol-Nullstellendiagramm. Begründen Sie die Lage der Pol und Nullstellen. Nutzen Sie bei der Begründung die Nummerierung der oben genannten Eigenschaften.

**2.2. Abtastung (6 Punkte)**

Das zeitkontinuierliche Signal  $u(t)$  wird zunächst mit einem System  $H_1$  gefiltert und dann mit der Abtastfunktion  $p(t)$  nicht ideal abgetastet.



Die Übertragungsfunktion des Systems  $H_1$ , der Amplitudengang des Signals  $u(t)$  und die Abtastfunktion  $p(t)$  sind gegeben:

$$\begin{aligned}
 H_1(s) &= \Pi_{2\omega_{TP}}(\omega) \\
 |U(j\omega)| &= A \left( 1 - \left| \frac{\omega}{\omega_U} \right| \right) \Pi_{2\omega_U}(\omega) \\
 p(t) &= \delta_T(t) * \Pi_{\alpha T}(t) \quad \text{mit } \alpha \ll T \\
 \omega_U &= 3\omega_T/4
 \end{aligned}$$

a) Wie groß muß  $\omega_{TP}$  gewählt werden, damit es durch die Abtastung nicht zu spektraler Überlappung kommt? Geben Sie die Antwort in Abhängigkeit von  $\omega_U$  an.

b) Skizzieren Sie den Amplitudengang  $A_U(\omega)$  des Signals  $u_{TP}(t)$ . Achten Sie auf eine vollständige Beschriftung und markieren Sie die Stellen  $\omega_U$ ,  $\omega_{TP}$  und  $\omega_T$ . Für die Skizze gelte:

$$\omega_{TP} = \frac{\omega_U}{2}$$

c) Bestimmen Sie den Amplitudengang des abgetasteten Signals  $|U_A(j\omega)|$  in Abhängigkeit von  $|U(j\omega)|$ . Achten Sie auf eine vollständige Beschriftung. Es sei:

$$\omega_{TP} = \frac{\omega_U}{2}$$

d) Beschreiben Sie, wie Sie vorgehen müßten um das Signal  $u_{TP}(t)$  aus dem Signal  $u_A(t)$  zu rekonstruieren. Ist eine *fehlerfreie Rekonstruktion* möglich?

### 3. Aufgabe (10 Punkte): Zeitdiskrete Signale und Systeme

#### 3.1. z-Transformation (3 Punkte)

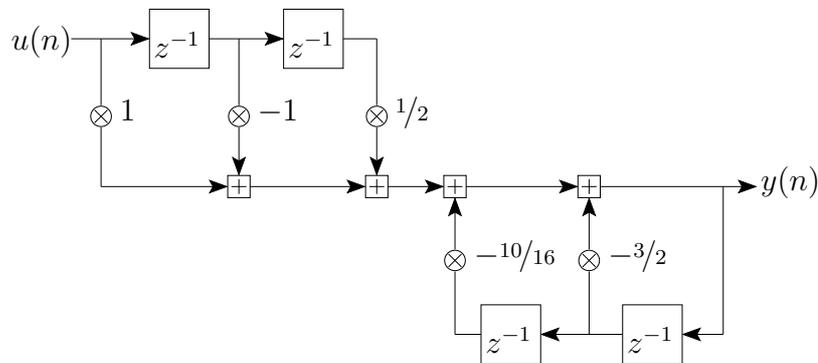
Gegeben ist das zeitdiskrete Signal  $u(n)$ :

$$u(n) = \sigma(-n) 2^{\alpha n} \quad \text{mit } \alpha \in \mathbf{R}$$

Bestimmen Sie die z-Transformierte  $U(z)$  und geben Sie den Konvergenzbereich an. Für welche Werte von  $\alpha$  existiert die Fouriertransformierte? Begründen Sie Ihre Antwort.

#### 3.2. Zeitdiskrete Systeme (2 Punkte)

Gegeben ist das folgende zeitdiskrete lineare System  $H_2$ .



Bestimmen Sie die Pol- und Nullstellen des gegebenen Systems  $H_2$ .

**3.3. Eigenschaften (2 Punkte)**

Ist das System  $H_2$  *stabil*? Begründen Sie Ihre Antwort.

Ist das System  $H_2$  *minimalphasig*? Begründen Sie Ihre Antwort.

Ist das System  $H_2$  eher ein *Hoch- Tief- oder Bandpass*? Begründen Sie Ihre Antwort.

**3.4. DFT (3 Punkte)**

Bestimmen Sie die DFT der zeitdiskreten Folge  $x(n)$  zur Blocklänge 8.

$$x(n) = \sum_{k=0}^2 \delta(n - k)$$

Hinweis:

$$X_{DFT}(n) = \sum_{k=0}^{N-1} x(k) e^{-jkn\Delta\Omega}$$