Prof. Dr. Radosveta Ivanova-Stenzel
Dr. Vincent Meisner

SPIELTHEORIE
KLAUSUR WS 2016/17

5. April 2017

Name:

Matrikelnummer:

Studienfach:

Abschluss:

Unterschrift:

Lösen Sie **alle 3** Aufgaben!

Geben Sie zu Ihren Ergebnissen **immer den Lösungsweg** an. Ergebnisse, deren Ermittlung nicht nachvollzogen werden kann, werden **nicht gewertet!**

Sie haben **90** Minuten Zeit.

Erlaubtes (aber nicht notwendiges) Hilfsmittel: Nichtprogrammierbarer Taschenrechner.

VIEL ERFOLG!

Aufgabe 1 (*34 Punkte*)

TEIL I: Betrachten Sie das folgende Spiel:

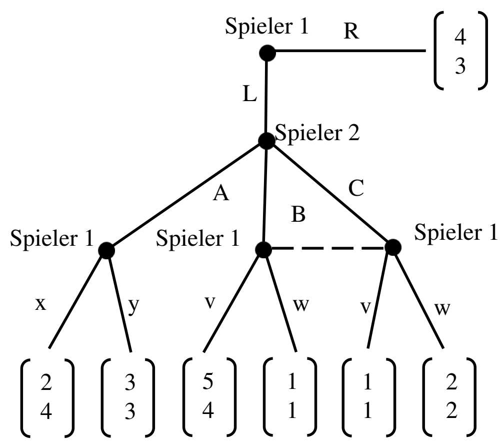
		Spieler 2		
		C	D	E
Spieler 1	A	$2, x$	$2, 2$	$4, 6$
	B	$4, 6$	$0, 2$	$2, 0$

a) Sei $x = 3$. Gibt es eine strikt dominierte Strategie? Begründen Sie.

b) Sei $x = 3$. Finden Sie alle Nash-Gleichgewichte (in reinen und gemischten Strategien).

c) Sei $x = 0$. Gibt es eine strikt dominierte Strategie? Begründen Sie.

TEIL II: Betrachten Sie nun das folgende Spiel:

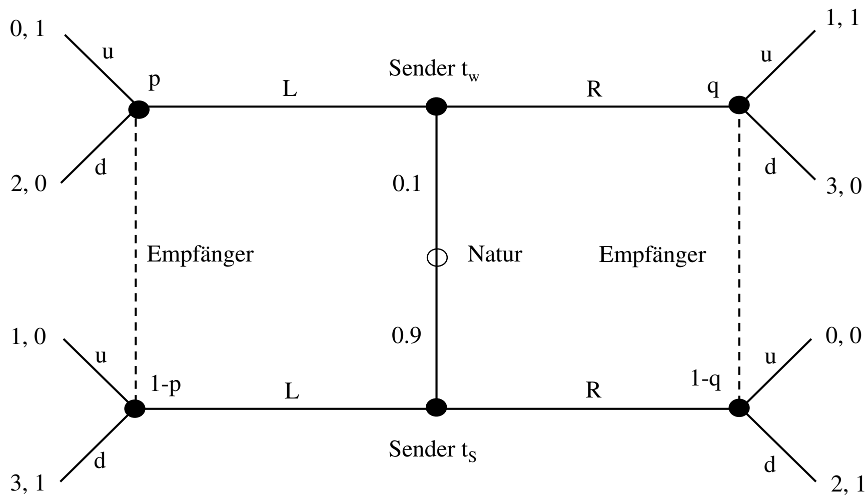


d) Wie viele echte Teilspiele hat dieses Spiel? Markieren Sie die Teilspiele im Spielbaum. (*Hinweis*: Das ganze Spiel wird nicht als echtes Teilspiel gezählt.)

e) Bestimmen Sie alle teilspielperfekten Gleichgewichte in reinen Strategien und die dazugehörigen teilspielperfekten Ergebnisse.

Aufgabe 2 (*34 Punkte*)

Betrachten Sie das folgende Spiel:



a) Gibt es ein perfektes Bayesianisches Gleichgewicht, bei dem Sendertyp t_w das Signal R sendet und Sendertyp t_s das Signal L sendet? Begründen Sie.

b) Geben Sie alle *pooling* perfekten Bayesianischen Gleichgewichte in reinen Strategien an.

c) Erläutern Sie kurz (maximal fünf Sätze) am Beispiel dieses Spiels, warum Ökonomen bei der Analyse von Signalisierspielen oft zusätzliche Bedingungen, zum Beispiel Erfüllung des intuitiven Kriteriums, an perfekte Bayesianische Gleichgewichte stellen.

Aufgabe 3 (*22 Punkte*)

Betrachten Sie das Bertrand-Duopol-Spiel (den Fall eines homogenen Markts). Die Gesamtnachfrage nach dem Gut ist $D(p)$; die Stückkosten jedes Unternehmens sind konstant und gleich c; Preise sind reelle Zahlen ($p_i \in \mathbb{R}$). Beide Unternehmen wählen gleichzeitig ihre Preise. Bei gleichem Preis bekommt jedes Unternehmen jeweils die Hälfte der Gesamtnachfrage $D(p)$.

a) Zeigen Sie, dass im einzigen Nash-Gleichgewicht in reinen Strategien beide Unternehmen den Preis $p_1 = p_2 = c$ wählen.

b) Angenommen die Gewinnfunktion $\pi(p) = (p - c)D(p)$ ist für jeden Preis p und die Nachfrage $D(p)$ so definiert, dass die Funktion $\pi(p)$ stetig ist und bei dem Preis p^m (dem Monopolpreis) das eindeutige Maximum erreicht. Betrachten Sie folgende Strategie: *"Wähle den Preis p^m in der ersten Periode. Wähle den Preis p^m in jeder späteren Periode, wenn das andere Unternehmen in der Periode davor ebenfalls den Preis p^m gewählt hat. Falls das andere Unternehmen in der vorigen Periode nicht den Preis p^m (d.h., einen anderen Preis) gewählt hat, dann wähle den Preis p^m noch einmal und danach für immer den Preis c."* Beide Unternehmen haben den Diskontfaktor $0 < \delta < 1$. Ist das Strategienpaar, bei dem beide Unternehmen diese Strategie spielen, ein Nash–Gleichgewicht des unendlich oft wiederholten Bertrand–Spiels? Begründen Sie Ihre Antwort!

Hinweis: $1 + \delta + \delta^2 + \delta^3 + ... = \frac{1}{1-\delta}$

Lösungen Klausur Spieltheorie vom 5. April 2017

Prof. Dr. Radosveta Ivanova-Stenzel
Dr. Vincent Meisner

Aufgabe 1 (*34 Punkte*)

TEIL I: Betrachten Sie das folgende Spiel:

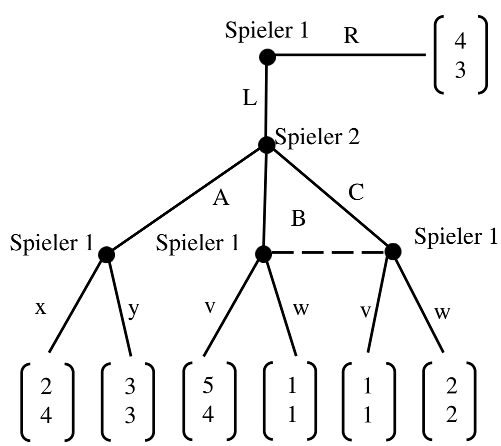
		Spieler 2		
		C	D	E
Spieler 1	A	$2, x$	$2, 2$	$4, 6$
	B	$4, 6$	$0, 2$	$2, 0$

a) Ja, $C > D$ da $3 > 2$ und $6 > 2$.

b) (B,C), (A,E) und $([\frac{2}{3}, \frac{1}{3}], [\frac{1}{2}, \frac{1}{2}])$.

c) Ja, jede gemischte Strategie $xC + (1-x)E$ mit $x \in (\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$ dominiert D strikt.

TEIL II: Betrachten Sie nun das folgende Spiel:

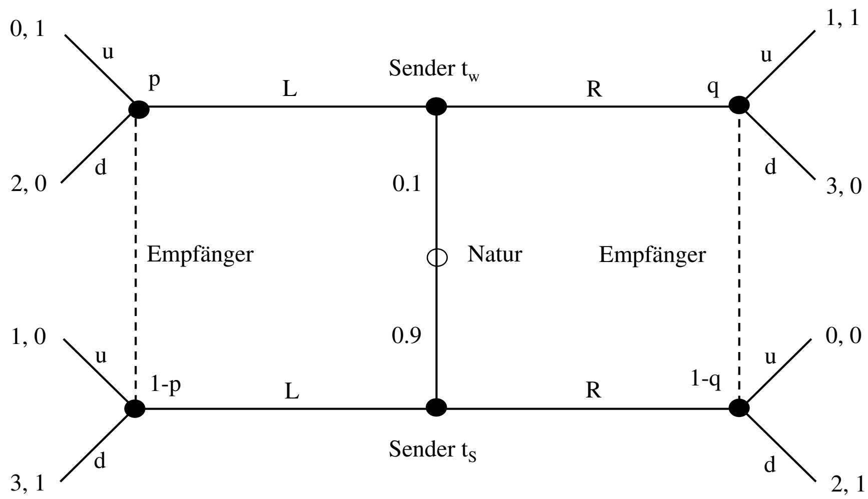


d) 2 ("nach L" und "nach A")

e) $((L, y, v), B) \rightarrow (L, B, v)$ und $((R, y, w), A) \rightarrow (R)$

Aufgabe 2 (*34 Punkte*)

Betrachten Sie das folgende Spiel:



a) Nein. t_w kann profitabel zu L abweichen.

b) $((L, L), (d, u), p = 0.1, q \geq \frac{1}{2})$
$((R, R), (u, d), p \geq \frac{1}{2}, q = 0.1)$

c) In Signalisierungsspielen gibt es multiple Gleichgewichte und TSP hat keinen Biss. Das intuitive Kriterium beschränkt die Beliefs außerhalb des Gleichgewichtspfades. Das intuitive Kriterium ist hier nur beim GG $((L, L), (d, u), p = 0.1, q = 1)$ erfüllt. Bei einem RR(bzw. LL)-pooling GG würde t_w (bzw. t_s) intuitiv nie abweichen wollen, da die GG-Auszahlung für jeden Belief besser als die Abweichungsauszahlung ist.

Aufgabe 3 (*22 Punkte*)

Betrachten Sie das Bertrand-Duopol-Spiel (den Fall eines homogenen Markts). Die Gesamtnachfrage nach dem Gut ist $D(p)$; die Stückkosten jedes Unternehmens sind konstant und gleich c; Preise sind reelle Zahlen ($p_i \in \mathbb{R}$). Beide Unternehmen wählen gleichzeitig ihre Preise. Bei gleichem Preis bekommt jedes Unternehmen jeweils die Hälfte der Gesamtnachfrage $D(p)$.

a) Wenn $p1 = p2 = c$, sind die Gewinne: $\Pi_1 = \Pi_2 = 0$. Kann sich ein Spieler durch einseitige Abweichung von $p_i = c$ verbessern?

   Angenommen Spieler 1 weicht ab und Spieler 2 bleibt bei $p_2 = c$.

   Angenommen $p_1 < c, p_2 = c \Rightarrow \Pi_1 < 0 \Rightarrow$ kein Anreiz abzuweichen.

   Angenommen $p_1 > c, p_2 = c \Rightarrow \Pi_1 = 0 \Rightarrow$ keine Verbesserung $\Rightarrow$ kein Anreiz abzuweichen.

   Also, kein Spieler hat einen Anreiz von $p_1 = p_2 = c$ abzuweichen. Gegen jeden Preis $p_j > c$ kann Spieler i profitabel abweichen. Bei jedem Preis p_i kann Spieler i profitabel abweichen $\Rightarrow$ keine NGG mit $\Pi \neq 0$.

b) Strategie folgen: $NPV_F = \frac{\pi^m}{2(1-\delta)}$

   Beste Abweichung: $NPV_A = \pi^m(1+\delta)$

   NGG wenn $NPV_F \geq NPV_A \iff \delta \geq \sqrt{\frac{1}{2}}$.