Prof. Dr. Radosveta Ivanova-Stenzel
Michel Tolksdorf

SPIELTHEORIE
KLAUSUR WS 2017/18

22. Februar 2018

Name:

Matrikelnummer:

Studienfach:

Zutreffendes bitte ankreuzen: Bachelor ☐
Master ☐

Unterschrift:

Lösen Sie **alle 3** Aufgaben!

Geben Sie zu Ihren Ergebnissen **immer den Lösungsweg** an. Ergebnisse, deren Ermittlung nicht nachvollzogen werden kann, werden **nicht gewertet!**

Sie haben **90** Minuten Zeit.

Erlaubtes (aber nicht notwendiges) Hilfsmittel: Nichtprogrammierbarer Taschenrechner.

VIEL ERFOLG!

Aufgabe 1 (*46 Punkte*)

Betrachten Sie die folgenden Spiele in Normalform:

Spiel A (Spieler 1: Zeilen, Spieler 2: Spalten)

	L	R
U	4, 4	0, 5
M	3, 0	1, 1

Spiel B (Spieler 1: Zeilen, Spieler 2: Spalten)

	L	R
U	4, 4	0, 5
M	3, 1	2, 2
D	5, 3	1, 0

a) Gibt es in den Spielen **A** und **B** strikt dominante Strategien? Begründen Sie.

b) Bestimmen Sie alle Nash–Gleichgewichte (in reinen und gemischten Strategien) für die Spiele **A** und **B**.

c) Nehmen Sie an, **Spiel A** wird unendlich oft hintereinander gespielt.

Spieler 1 spielt die Strategie s_1: „*Spiele U in der ersten Runde und in jeder folgenden Runde, wenn Spieler 2 in der Periode davor L gespielt hat. Falls Spieler 2 in der vorigen Periode R gespielt hat, dann spiele eine Periode M („Bestrafungsperiode“) und danach U, egal was der andere Spieler während der „Bestrafungsperiode“ gespielt hat.*“

Spieler 2 spielt die Strategie s_2: „*Spiele L in der ersten Runde und in jeder folgenden Runde, wenn Spieler 1 in der Periode davor U gespielt hat. Falls Spieler 1 in der vorigen Periode M gespielt hat, dann spiele eine Periode R („Bestrafungsperiode“) und danach L, egal was der andere Spieler während der „Bestrafungsperiode“ gespielt hat.*“

Für welche Werte vom Diskontierungsfaktor $\delta \in (0, 1)$ lohnt es sich für Spieler 2 nicht von der Strategie s_2 abzuweichen? Begründen Sie.

(*Hinweis*: $1 + \delta + \delta^2 + \delta^3 + ... = \dfrac{1}{1-\delta}$

$$1 + \delta^2 + \delta^4 + \delta^6 + ... = \frac{1}{1-\delta^2})$$

d) Nehmen Sie an, die „Natur“ zieht jeweils mit einer Wahrscheinlichkeit von $\frac{1}{2}$ ein Spiel aus den Spielen **A** und **B**. Spieler 1 beobachtet den Zug der „Natur“, Spieler 2 hingegen nicht. Anschließend wählen beide Spieler gleichzeitig und unabhängig voneinander ihre Aktionen.

d1) Zeichnen Sie den Spielbaum, der dieses modifizierte Spiel abbildet.

d2) Gibt es ein Bayesianisches Gleichgewicht, bei dem Spieler 1 die Strategie (M,D) spielt?

(*Hinweis: Spieler 1 spielt M im* ***Spiel A*** *und D im* ***Spiel B***.)

Wenn „ja“, wie sieht dieses Gleichgewicht aus, wenn „nein“, warum gibt es keins? Begründen Sie.

d3) Angenommen Spieler 1 spielt die gemischte Strategie

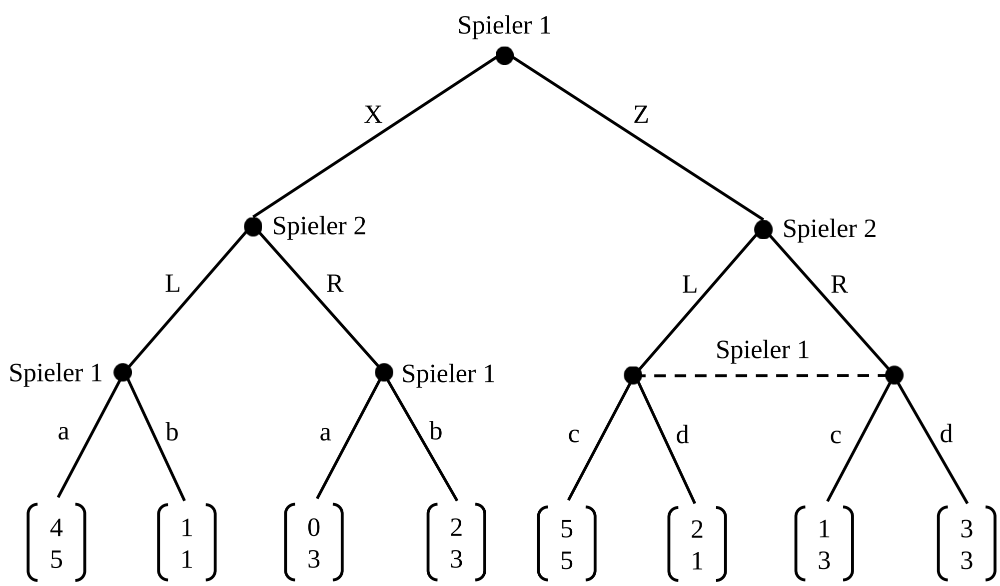
$$p = ((p_U, 1 - p_U); (0, p_M, 1 - p_M))$$

(*Hinweis: Im* ***Spiel A*** *spielt Spieler 1 die Aktion U mit der Wahrscheinlichkeit* p_U. *Im* ***Spiel B*** *spielt Spieler 1 die Aktion U mit einer Wahrscheinlichkeit von* 0 *und die Aktion M mit der Wahrscheinlichkeit* p_M.)

Bestimmen Sie die erwartete Auszahlung von Spieler 2, wenn er die reine Strategie L spielt.

Aufgabe 2 (*22 Punkte*)

Betrachten Sie folgendes dynamisches Spiel:



a) Markieren Sie alle echten Teilspiele.

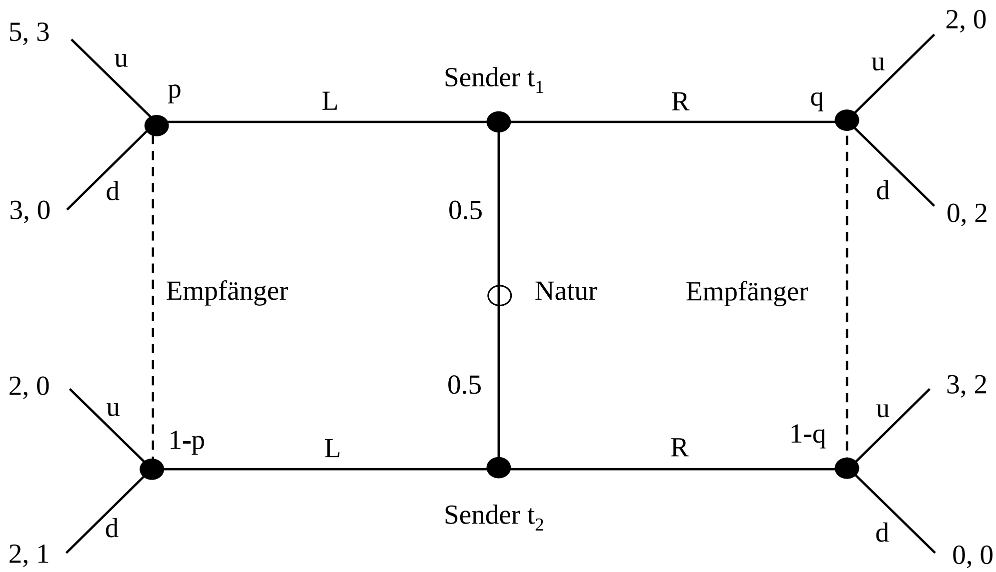
(*Hinweis*: Das Gesamtspiel wird nicht als Teilspiel gewertet.)

b) Aus wie vielen Aktionen bestehen jeweils die Strategien von Spieler 1 und Spieler 2?

c) Bestimmen Sie alle teilspielperfekten Gleichgewichte in reinen Strategien und die dazugehörigen teilspielperfekten Ergebnisse.

Aufgabe 3 (*22 Punkte*)

Betrachten Sie folgendes Signalisierspiel:



a) Gibt es ein *separating* Perfektes Bayesianisches Gleichgewicht in reinen Strategien, bei dem der Sender die Strategie (L, R) spielt? Begründen Sie Ihre Antwort.

b) Bestimmen Sie alle *pooling* Perfekten Bayesianischen Gleichgewichte in reinen Strategien.

c) Sind alle *pooling* Perfekten Bayesianischen Gleichgewichte aus b) plausibel? Begründen Sie.