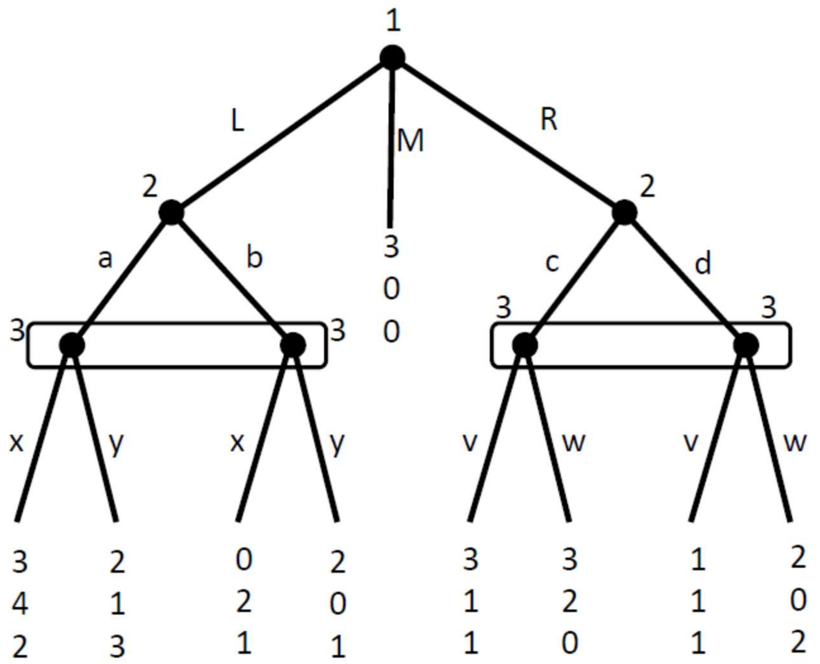
AUFGABE (32 Punkte)

TEIL I (19/32 Punkte)

Betrachten Sie das folgende Spiel in extensiver Form. Die Zahl in der k-ten Zeile ist die Auszahlung von Spieler $k \in \{1,2,3\}$.



a) Wie viele Teilspiele hat dieses Spiel? Begründen Sie.

b) Wie viele Aktionen hat eine Strategie für die Spieler 1, 2 und 3?

c) Finden Sie alle teilspielperfekten Gleichgewichte in reinen Strategien und nennen sie die dazugehörigen teilspielperfekten Ergebnisse.

d) Finden Sie ein weiteres Nash-Gleichgewicht, das nicht teilspielperfekt ist und in dem Spieler 1 R spielt.

TEIL II (13/32 Punkte)

Zwei Gärtner pflegen zwei Blumen. Je ein Gärtner hat abwechselnd eine Aktion pro Woche. In der ersten und dritten Woche kann Gärtner 1 entweder beide Blumen pflücken oder beide nicht pflücken. In der zweiten und vierten Woche hat Gärtner 2 die gleiche Wahl. Werden die Blumen vier Wochen am Stück nicht gepflückt, erhält jeder Gärtner eine Blume. Die Auszahlung eines Gärtners entspricht der Schönheit aller Blumen, die er besitzt. In der ersten Woche haben beide Blumen jeweils die Schönheit 1 und die Schönheit verdoppelt sich in jeder Woche. Das Spiel geht nur weiter, wenn die Blumen nicht gepflückt wurden

Somit hat Gärtner 1 am Anfang die Wahl entweder das Spiel zu beenden, sodass seine Auszahlung 1+1=2 und die Auszahlung von Gärtner 2 Null beträgt, oder das Spiel fortzusetzen. Werden die Blumen vier Wochen nicht gepflückt, erhält jeder Gärtner am Ende jeweils eine Auszahlung von $1 \cdot 2^3 = 8$. Würde Gärtner 2 die Blumen in der letzten Woche pflücken, erhält er die Auszahlung 16 und Gärtner 1 Null.

a) Ist dies ein Spiel mit vollständiger oder unvollständiger Information? Begründen Sie.

b) Zeichnen Sie einen Spielbaum dieses Spiels.

c) Finden Sie ein teilspielperfektes Gleichgewicht in reinen Strategien und das dazugehörige Ergebnis.

d) Nehmen Sie nun an, dass Gärtner 1 in der letzten Stufe Auszahlungseinheiten an Gärtner 2 übertragen kann, sodass die Auszahlungen am Ende $(8-x)$ für Gärtner 1 und $(8+x)$ für Gärtner 2 betragen. Existiert für $x \in [0,8]$ ein anderes Ergebnis als Ihr teilspielperfektes Ergebnis als in c)? Begründen Sie.

AUFGABE (37 Punkte)

TEIL I (32 / 37 Punkte)

Betrachten Sie das folgende Spiel in Normalform. Spieler 1 wählt die Zeile und Spieler 2 wählt die Spalte. Die k-te Zahl im entsprechenden Feld entspricht der Auszahlung von Spieler $k \in \{1,2\}$

		Spieler 2		
		a	b	c
Spieler 1	A	x, x	$x, 0$	$x, 0$
	B	$0, x$	$4, 0$	$0, 4$
	C	$0, x$	$0, 4$	$4, 0$

a) Finden Sie alle Werte für x, sodass beide Spieler eine strikt dominante Strategie haben. Begründen Sie.
b) Nehmen Sie $x=2$ an. Finden Sie alle Nash-Gleichgewichte in reinen Strategien.
c) Nehmen Sie $x=-2$ an. Gibt es ein gemischtes Nash-Gleichgewicht? Wenn ja, nennen Sie eins; wenn nein, begründen Sie.
d) Für welche Werte von x gibt es ein gemischtes Nash-Gleichgewicht, in dem beide Spieler über alle drei Aktionen randomisieren?
e) Nehmen Sie $x=0$ an. Das Spiel wird nun unendlich oft wiederholt und Auszahlungen werden mit Faktor $\delta = 3/4$ diskontiert.
Zeigen Sie, dass es ein Nash-Gleichgewicht gibt, in dem auf dem Gleichgewichtspfad immer abwechselnd (B,b) und (B,c) gespielt wird.

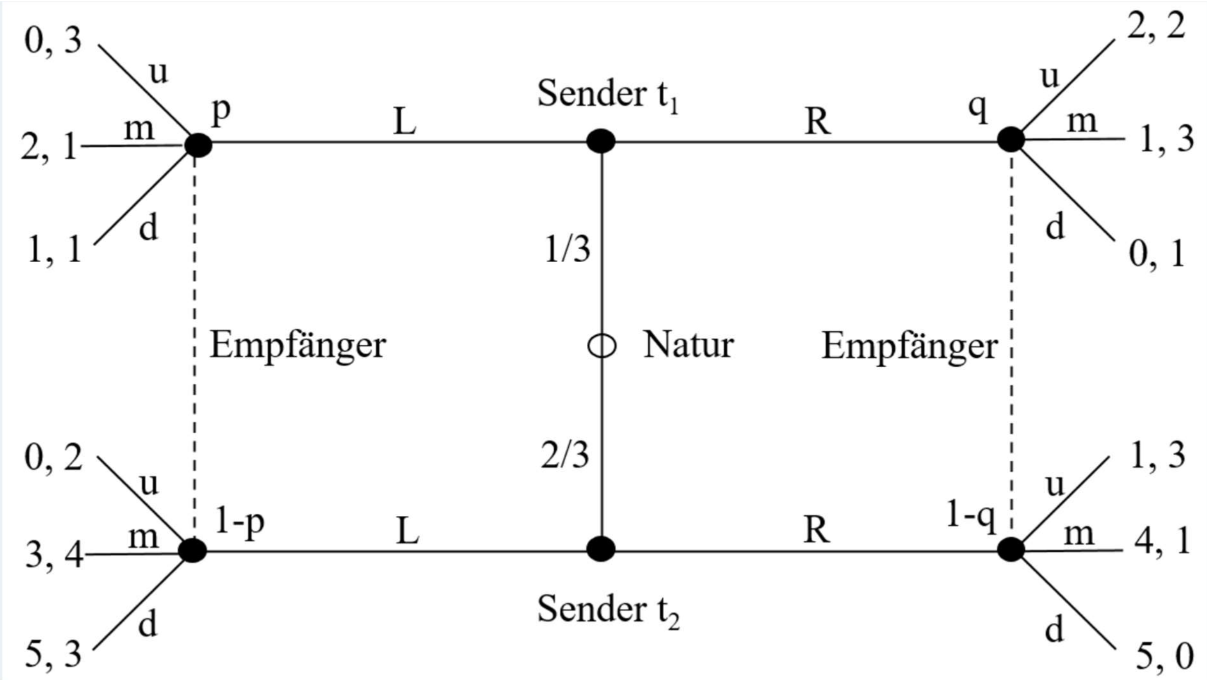
Hinweis: $1 + \delta^k + \delta^{2k} + \cdots = \frac{1}{1-\delta^k}$

TEIL II (5 / 37 Punkte)

Betrachten Sie ein Marktspiel zwischen zwei Firmen. Beide Firmen $i \in \{1,2\}$ setzen simultan ihren Preis p_i. Die auf dem Markt nachgefragte Menge ergibt sich aus der Funktion $Q(p_1,p_2)=9-2p_1-p_2$. Firma 1 hat konstante Grenzkosten c und denkt, dass Firma 2 mit Wahrscheinlichkeit 14 Grenzkosten von $c_2^H > c$ und mit Wahrscheinlichkeit 3/4 Grenzkosten von $c_2^L > c$ hat. Firma 2 kennt die eigenen Grenzkosten und die von Firma 1. Formulieren Sie das Gewinnmaximierungsproblem von Firma 1 (ohne eine Lösung auszurechnen).

AUFGABE (21 Punkte)

Betrachten Sie das folgende Signalisierspiel. Die erste Zahl ist die Auszahlung des Senders und die zweite Zahl die des Empfängers.



a) Existiert ein separating perfektes Bayesianisches Gleichgewicht, bei dem Sender t_1 R spielt und Sender t_2 L spielt? Begründen Sie.

b) Existiert ein pooling perfektes Bayesianisches Gleichgewicht, bei dem beide Sender t_1 und t_2 L spielen? Begründen Sie.