Aufgabe 1

In den ersten vier Nutzungsjahren wurden **50** Maschinen eines bestimmten Typs hinsichtlich der Betriebskosten analysiert. Untersucht wurde das statistische Merkmal

X : „ Durchschnittliche monatliche Betriebskosten [in €] "

Es ergaben sich folgende geordnete Urdaten $[\, x_{(1)}, x_{(2)}, \ldots, x_{(50)} \,]$:

66	66	68	69	70	72	73	76	77	77
82	83	85	85	85	87	88	88	89	90
91	91	91	92	92	92	93	94	94	94
97	103	111	117	122	124	125	127	127	128
129	131	131	131	131	132	133	133	134	134

1) Beurteilen Sie die „ Symmetrie " dieses Datensatzes mit Hilfe der sog. „ Lageregel " unter Verwendung der dafür notwendigen 3 Parameter !

   [**Hilfe** : $\bar{x} = 100$]

   Erläutern Sie kurz , was die Lageregel für diesen Datensatz aussagt !

2) Geben Sie die Werte einer sog. „ 5 – Zahlen – Zusammenfassung " an !

3) Zeichnen Sie den zugehörigen Box – Plot !

4) Berechnen Sie einen Koeffizienten, der Aufschluss bzgl. der Schiefe des „ zentralen Datenkörpers " gibt !

Der empirische Momentenkoeffizient der Schiefe hat den Wert : $g_1 = +0{,}2584$.

5) Welche Schlussfolgerungen ziehen Sie, wenn Sie die Vorzeichen von g_1 und dem unter 4) berechneten Koeffizienten bzgl. der Verteilungsform des Datensatzes vergleichen ?

Verdichten Sie die Urdaten in folgende vier Gruppen :

von . . . bis unter
65 – 85
85 – 95
95 – 125
125 – 135

6) Ermitteln Sie tabellarisch die absolute und relative Häufigkeitsverteilung der Daten !

7) Stellen Sie die absolute Häufigkeitsverteilung graphisch dar !

8) Ermitteln Sie tabellarisch die Lorenzsche Konzentrationsverteilung !

9) Zeichnen Sie die Lorenzkurve [10 cm x 10 cm] !

10) Wieviel Prozent der gesamten (durchschnittlichen) Betriebskosten entfallen auf die 40 % „ teuersten " Maschinen ? [graphische Lösung !]

11) Auf wieviel Prozent „ sparsamste " Maschinen entfallen 40 % der gesamten (durchschnittlichen) Betriebskosten ? [graphische Lösung !]

12) Berechnen Sie mit Hilfe einer relativen Konzentrationsmaßzahl, wie stark die (durchschnittlichen) Betriebskosten konzentriert sind !

Aufgabe 2

A

Studentin Susi will sich in Berlin eine Wohnung suchen. Von ihrer Freundin Lucy, die schon vor einiger Zeit nach Berlin gezogen ist, erhält Susi folgende Informationen :

Wenn die Wohnungsbesichtigung am Wochenende ist, beträgt die Wahrscheinlichkeit für eine Zusage nur 1 % , findet die Wohnungsbesichtigung dagegen in der Woche statt, sind die Chancen für eine Zusage siebenmal so hoch. Lucy berichtet weiterhin, dass 90 % aller Wohnungsbesichtigungen am Wochenende stattfinden.

Achtung : **Die Lösungswege in Ereignisschreibweise müssen klar ersichtlich sein !**

1) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Susi für eine von ihr besichtigte Wohnung, die sie gerne haben möchte, eine Zusage erhält ?

Angenommen, Susi würde für eine von ihr besichtigte Wohnung, die sie gerne haben möchte, eine Zusage erhalten.

2) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Susi diese Wohnung in der Woche besichtigt hätte ?

B

Ein gut gemischtes Kartenspiel bestehe aus 4 Sorten (Farben) : Pik , Herz , Karo und Kreuz.
In jeder Sorte (Farbe) gibt es nur : einen Buben, eine Dame, einen König und ein As.

Die Spieler A und B ziehen abwechselnd und ohne Zurücklegen jeweils eine Karte aus diesem Kartenspiel. Wer zuerst die Karo–Dame zieht, hat gewonnen, und das Spiel ist beendet.
Ist jedoch nach dem (insgesamt) 4. Zug die Karo–Dame noch nicht gezogen worden, ist das Spiel ebenfalls beendet, und es gibt keinen Sieger.
Spieler A beginnt.

Achtung : **Die Lösungswege in Ereignisschreibweise müssen klar ersichtlich sein !**

1) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Spieler A gewinnt ?
2) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Spieler B gewinnt ?
3) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass es keinen Sieger gibt ?

C

Ein Code für einen Systemzugang besteht aus 3 Gruppen à 2 Zeichen :

□□ - □□ - □□

Beide Zeichen in einer Gruppe bestehen entweder nur aus den Buchstaben : A , B , C , D oder nur aus den Ziffern : 1 , 2 , 3 . Dabei können sich Zeichen wiederholen.

1) Wie viele Codes können gebildet werden, wenn zwei benachbarte Gruppen nicht gleichzeitig aus Buchstaben bzw. Ziffern bestehen dürfen ?

2) Wie viele Codes können gebildet werden, wenn mindestens eine Gruppe aus Buchstaben und mindestens eine Gruppe aus Ziffern bestehen muss ?

Aufgabe 3

A

Ein Kinderspielzeug wird mit zwei unterschiedlichen Batterien betrieben. Es ist funktionstüchtig, solange beide Batterien funktionieren.

Die Lebensdauer X der Batterie A sei normalverteilt mit einem Erwartungswert von 30 [Std.] und einen Standardabweichung von 3 [Std.].

Die Lebensdauer Y der Batterie B sei ebenfalls normalverteilt mit einem Erwartungswert von 35 [Std.] und einen Standardabweichung von 4 [Std.].

Die Zufallsvariablen X und Y seien unabhängig voneinander.

1) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Batterie A eine Lebensdauer zwischen 15 und 27 Stunden hat ?
2) Welche Lebensdauer wird von der Batterie B mit einer Wahrscheinlichkeit von 85,31 % nicht überschritten ?
3) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Lebensdauer der Batterie A geringer ist als die Lebensdauer der Batterie B ?
4) Mit welcher Wahrscheinlichkeit funktioniert dieses Kinderspielzeug noch nach 36 Stunden ?

B

Bei einem elektronischen Bauteil muss man mit durchschnittlich 2 Ausfällen pro Tag [≅ 24 Std.] rechnen. Die Ausfälle erfolgen ganz kurzfristig, rein zufällig und unabhängig voneinander. Nach einem Ausfall funktioniert dieses Bauteil sofort wieder ordnungsgemäß.

1) Wie ist die Zufallsvariable

   Z : „ Anzahl der Ausfälle [pro Std.] " verteilt ? [Verteilungstyp und –parameter !]
2) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass in einer (beliebigen) **halben** Stunde genau ein Ausfall erfolgt ?
3) Wie ist die Zufallsvariable

   T : „ Zeit zwischen zwei Ausfällen [in Std.] " verteilt ? [Verteilungstyp und –parameter !]
4) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass bis zum nächsten Ausfall dieses Bauteils mehr als 2 Stunden vergehen ?
5) Interpretieren Sie für dieses Bauteil inhaltlich folgende Formel : $\int_{1,5}^{3,75} \left(\frac{1}{12}\right) \cdot e^{-\left(\frac{1}{12}\right) \cdot t} dt$

Angenommen, ein elektronisches System besteht aus zwei derartigen Bauteilen, die unabhängig voneinander funktionieren. Das System fällt aus, sobald eines dieser Bauteile nicht mehr funktioniert.

6) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass das System mehr als 2 Stunden problemlos funktioniert ?

Aufgabe MC

Block A

1) Ein Histogramm ist die flächentreue Darstellung absoluter (bzw. relativer) Häufigkeiten für die graphische Darstellung sortierter Daten.

2) Ist ein statistisches Merkmal nominal skaliert, so lässt sich für je zwei Merkmale entscheiden, ob diese gleich oder ungleich sind.

3) Ein Auto fährt 120 km mit einer Geschwindigkeit von 60 km/h und weitere 80 km mit einer Geschwindigkeit von 90 km/h. Dann liegt die Durchschnittsgeschwindigkeit unter 70 km/h.

4) Eine Maßzahl der statischen Konzentration gibt an, wie sich die gesamte Merkmalssumme („ Marktvolumen ") auf die einzelnen statistischen Einheiten („ Anbieter am Markt ") aufteilt.

Block B

1) Eine statistisch festgestellte Korrelation kann durchaus ein Hinweis auf eine kausale Beziehung zwischen den betrachteten Variablen sein.

2) Bei der linearen Einfachregressionsanalyse verläuft eine nach der Methode der kleinsten Quadrate bestimmte Regressionsgerade ($\hat{y} = \hat{b} + \hat{a} \cdot x$) stets durch die Punkte ($\bar{x}$, $\bar{y}$) und ($0 , \hat{a}$).

3) Verwendet man den objektiven Wahrscheinlichkeitsbegriff, so wird der Einzelfall beurteilt, nicht aber die Serie („ long run ").

4) Kumulierte Häufigkeiten lassen sich zwar für jede Art (Skalierung) statistischer Merkmale mathematisch bilden, sind aber nicht für jede Art von statistischen Merkmalen sinnvoll interpretierbar.

Block C

1) Statistische Größen lassen sich nicht hinsichtlich ihres Definitionsbereichs, sondern nur hinsichtlich ihres Wertebereichs klassifizieren.

2) Der Auswahlsatz ist das Verhältnis $\frac{N}{n}$.

3) Bei sortierten Daten ist die Häufigkeit der statistischen Einheiten eine Funktion der realisierten Ausprägungen des betrachteten statistischen Merkmals.

4) Eine kumulierte Häufigkeitsverteilung ist eine konvexe Funktion.

Block D

1) Aus n Elementen werde eine Auswahl zur Ordnung r vorgenommen (Kombination ohne Wiederholung). Dann gilt :

$$\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r} .$$

2) Die induktive Statistik befaßt sich mit der Gewinnung, Aufbereitung und Darstellung sowie graphischen und numerischen Beschreibung von Daten.

3) Auf der Basis des Zufallsexperiments „ Werfen zweier idealer Würfel " wird die Zufallsvariable X : „ Augensumme beider Würfe " mit dem Wertebereich $\{ x \mid 2 \leq x \leq 12 \}$ definiert. Als Elementarereignisse bezeichnet man die einelementigen Mengen $\{2\}, \{3\}, \ldots, \{11\}, \{12\}$ dieses Wertebereichs.

4) Folgen die Marktverhältnisse im Lorenzschen Sinne einer ökonomischen Gleichverteilung, so ist das betrachtete statistische Merkmal im statistischen Sinne einpunktverteilt.

Block E

1) Die Summe von n ($n > 1$) unabhängigen Bernoulli – verteilten Zufallsvariablen ist binomialverteilt mit n und π.

2) Bei einer symmetrischen Häufigkeitsverteilung müssen Median, Modus und arithmetisches Mittel übereinstimmen.

3) Der Herfindahlindex ist eine dimensionslose Maßzahl.

4) Für eine Bernoulli-verteilte Zufallsvariable X gilt : $E(X) \geq Var(X)$.