Technische Universität Berlin

Statistik 1

für Wirtschaftswissenschaften

Wintersemester 2018/2019

Aufgabe 1

A

Kunibert Kratzbaum verkauft Katzenfutter der Marke „Coole Kralle“ im Luxussegment in der Schweiz. Den nach Produktsorten sortierten Absatz der letzten Saison hat er in folgender Tabelle festgehalten:

Produkt-sorte	**Absatz [Stück]**	**Stückpreis [CHF/Stück]**
A	144	62,50
B	750	32,-
C	24	625,-
D	15	400,-
E	625	14,40
F	250	40,-
G	200	25,-
H	240	50,-
I	160	75,-
J	280	25,-

Sei X: „Umsatz [in Tsd. CHF]“

1) Ermitteln Sie den durchschnittlichen Umsatz aus den Daten!

2) Fassen Sie die Umsatzzahlen in folgenden Gruppen [von ... bis unter ...) zusammen!

0 - 10 | 10 - 15 | 15 - 20 | 20 - 30

3) Stellen Sie für die gruppierten Daten die absoluten Häufigkeiten graphisch dar!

4) Was entspricht in dieser Darstellung der Zahl n [≙ Summe aller absoluten Häufigkeiten]?

5) Berechnen Sie das arithmetische Mittel aus den gruppierten Daten!

6) Vergleichen Sie den unter 5) errechneten Wert mit dem Wert, den Sie unter 1) ermittelt haben. Welcher Wert hat eine höhere Aussagekraft? Begründen Sie <u>kurz</u> Ihre Antwort.

7) Berechnen Sie die Varianz aus den gruppierten Daten!

8) Bestimmen Sie den Median, sowie das obere und untere Quartil aus den gruppierten Daten (runden Sie ggf. auf zwei Nachkommastellen)!

9) Zeichnen Sie einen <u>modifizierten</u> Boxplot! Beschriften Sie dabei die eingezeichneten Werte!

B

Neben seiner Katzenfutter-Linie hat Kunibert auch eine Hundefutter-Line mit Namen „Wedelnder Willi“. Für den Umsatz der letzten Saison hat er bereits folgende Maßzahlen berechnet:

s_w^2 = 800^2 [CHF^2] $\bar{x}_w$ = 1.500 [CHF] n_w = 20

1) Berechnen Sie $\bar{x}_{ges}$ (gesamter Umsatz von Kunibert) mithilfe von $\bar{x}_w$ und Ihrer Lösung aus A5)!

2) Berechnen Sie s_{ges}^2 (Varianz des gesamten Umsatzes von Kunibert) mithilfe von s_w^2 und Ihrer Lösung aus A7)!

3) Welcher Anteil [in %] der Gesamtvarianz lässt sich durch die Varianz innerhalb der Gruppen erklären?

Aufgabe 2

A

Student Statistix hat bei der Billigfluggesellschaft OTR ("Over The Rainbow") einen Flug von Berlin Schönefeld nach Korsika gebucht. Aus informierten Kreisen erfährt Statistix, dass diese Gesellschaft nur die ältesten und schlechtesten Maschinen für ihre Flüge einsetzt. Außerdem haben von den zehn Piloten dieser Gesellschaft lediglich zwei Piloten eine langjährige Flugpraxis. Die anderen acht Piloten sind blutige Anfänger.

Für Statistix' Flug wird die Cockpitmannschaft aus diesen zehn Piloten folgendermaßen ausgelost: Aus einer Urne, in der sich Zettel mit den Namen der zehn Piloten befinden, wird im ersten Zug der Flugkapitän und im zweiten Zug der Copilot gezogen.

1) Wie viele Möglichkeiten gibt es, die Cockpitmannschaft für Statistix' Flug festzulegen?

Sei

X: „Anzahl der ausgewählten erfahrenen Piloten beim ersten Zug"
Y: „Anzahl der ausgewählten erfahrenen Piloten beim zweiten Zug"

2) Bestimmen Sie tabellarisch die Wahrscheinlichkeitsfunktion von X!

3) Bestimmen Sie tabellarisch die Wahrscheinlichkeitsfunktion für Y und notieren Sie Ihren Lösungsweg in Ereignisschreibweise!

4) Ermitteln Sie tabellarisch die gemeinsame Wahrscheinlichkeitsverteilung von X und Y!

5) Sind X und Y unabhängig? Geben Sie eine formale Begründung an!

6) Geben Sie Erwartungswert und Varianz von X an!

7) Berechnen Sie Var(X+Y)!

8) Interpretieren Sie **inhaltlich** das Vorzeichen von Cov(X, Y)!

Sei Z: „Anzahl der ausgewählten erfahrenen Piloten bei beiden Zügen".

9) Bestimmen Sie ebenfalls die Wahrscheinlichkeitsfunktion von Z!

10) Wie ist Z verteilt? Geben sie den Verteilungstyp und die Verteilungsparameter an!

B

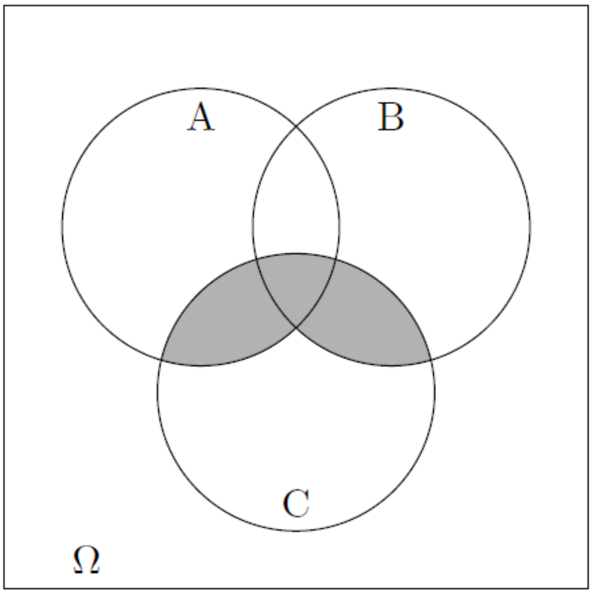
1) Zeichnen Sie jeweils ein Venn-Diagramm für die folgenden Ereignisse!

i) $(A \cap B \cap C) \cup (A \cap \bar{B})$

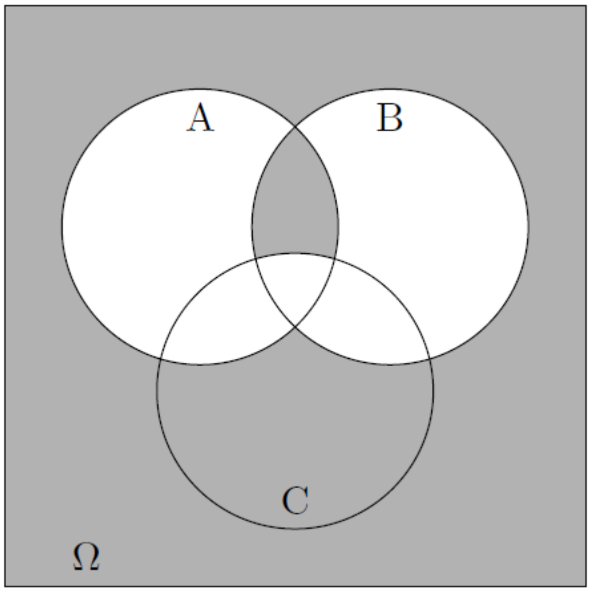
ii) $\left(A \cap (\overline{B \cup C})\right) \cup (A \cap B \cap \bar{C}) \cup (B \cap (\overline{B \cup C}))$

2) Überführen Sie die Venn-Diagramme in Ereignisschreibweise!

i)



ii)



Aufgabe 3

Als langjähriger Luftsicherheitsassistent im größten Flughafen Deutschlands, ist Statistix speziell für die Kontrolle des Handgepäcks von Fluggästen an der Durchlasskontrolle zuständig.

Er weiß aus Erfahrung, dass in einem Zeitraum von einer Stunde durchschnittlich 180 Passagiere seinen Kontrollposten passieren. Er hat festgestellt, dass die Wahrscheinlichkeit, dass ein Fluggast kein Handgepäck mit sich führt, genauso groß ist, wie die Wahrscheinlichkeit, dass höchstens 4,4629 Sekunden vergehen, bis der nächste Passagier an Statistix' Kontrollposten ankommt. Schnell fiel ihm auf, dass von Passagieren mit Handgepäck, statistisch gesehen, nur einer von 16 Fluggästen unzulässiges Handgepäck, d. h. Handgepäck, welches das höchstzulässige Gewicht überschreitet, mit sich führt.

Statistix kann kein eindeutig wiederkehrendes Muster bzgl. der Handgepäckausstattung der Fluggäste erkennen, sodass er diesbezüglich eine stochastische Unabhängigkeit annimmt.

Im Rahmen des Gleitzeitmodels geht Statistix zu einem beliebigen Zeitpunkt zur Arbeit und beobachtet die in seiner Durchlasskontrolle eintreffenden Passagiere.

Sei

T: „Wartezeit bis zum Eintreffen des nächsten Passagiers bei der Durchlasskontrolle [in Sek.]"

1) Wie ist die Zufallsvariable T verteilt [Verteilungstyp und -parameter]?

2) Zeigen Sie ausführlich und klar ersichtlich, dass die Wahrscheinlichkeit, dass der nächste bei der Durchlasskontrolle eintreffende Passagier kein Handgepäck mit sich führt, rund 20 % beträgt!

Sei

Y_0: „Anzahl der Fluggäste ohne Handgepäck bei n Fluggästen"

3) Wie ist die Zufallsvariable Y_0 verteilt [Verteilungstyp und -parameter]?

4) Zeigen Sie ausführlich und klar ersichtlich, dass die Wahrscheinlichkeit, dass der nächste bei der Durchlasskontrolle eintreffende Fluggast unzulässiges Handgepäck mit sich führt, rund 5 % beträgt!

5) Zeigen Sie ausführlich und klar ersichtlich, dass die durchschnittliche Anzahl an erscheinenden Passagieren ohne bzw. mit zulässigem bzw. mit unzulässigem Handgepäck pro Sekunde

   a) $\lambda_0 = {}^{1}/_{100} = 0{,}01$ bzw.

   b) $\lambda_1 = {}^{3}/_{80} = 0{,}0375$ bzw.

   c) $\lambda_2 = {}^{1}/_{400} = 0{,}0025$

   beträgt.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass

6) der fünfte eintreffende Fluggast, der dritte Fluggast ohne Handgepäck ist?

7) innerhalb der ersten fünf Minuten genau drei Fluggäste mit unzulässigem Handgepäck eintreffen?

8) höchstens zwei Minuten bis zum Eintreffen eines Fluggastes ohne Handgepäck vergehen?

9) mindestens fünf von den insgesamt 12 ersten erscheinenden Fluggästen zulässiges Handgepäck bei sich führen?

10) von den nächsten 13 erscheinenden Fluggästen fünf ohne und sieben mit zulässigem Handgepäck ausgestattet sind?

11) Wie viele Sekunden vergehen zwischen dem Erscheinen zweier Fluggäste mit unzulässigem Handgepäck durchschnittlich?

Aufgabe MC

Block A

1) Sei X eine stetige Zufallsvariable mit der Verteilungsfunktion $F(x)$, die für $x \leq 0$ gleich Null ist. Dann gilt: $F(x_{0,75}) - F(0) = 0{,}75$

2) Seien X und Y zwei Zufallsvariablen (mit endlichen Erwartungswerten und Varianzen). Dann gilt: $\mathrm{Var}(X - Y) = \mathrm{Var}(X) - \mathrm{Var}(Y)$

3) Auch wenn der subjektive Wahrscheinlichkeitsbegriff verwendet wird, kann die Wahrscheinlichkeitsrechnung auf der Grundlage der KOLMOGOROFF'schen Axiome behandelt werden.

4) Bei zweidimensionalen Häufigkeitsverteilungen werden jeweils Paare von Merkmalsträgern betrachtet, im Gegensatz zu eindimensionalen Häufigkeitsverteilungen, bei denen nur einzelne Merkmalsträger betrachtet werden.

Block B

1) Die Zufallsvariable X: „Anzahl der gezogenen Kugeln beim gleichzeitigen Ziehen aus einer Urne mit roten und nicht–roten Kugeln" ist hypergeometrisch verteilt.

2) Wenn von insgesamt 60 „Durchgefallenen" einer Klausur, bei der 120 Frauen teilgenommen haben, genau 15 Personen weiblich sind, so beträgt die „Durchfallquote bei den Frauen" 12,5 %.

3) An der Kovarianz zweier kardinal skalierter Merkmale X und Y lässt sich die Richtung und Stärke des linearen Zusammenhangs zwischen X und Y ablesen.

4) Folgen die Marktverhältnisse im LORENZ'schen Sinne einer ökonomischen Gleichverteilung, so ist das betrachtete statistische Merkmal im statistischen Sinne einpunktverteilt.

Block C

1) Falls gilt: $h(a_j) = n$, so hat die zugrundeliegende statistische Größe nur eine Realisationsmöglichkeit.

2) Bei einer vollständigen Abhängigkeit zwischen zwei metrischen Merkmalen gilt für den Korrelationskoeffizienten r nach BRAVAIS-PEARSON: $r = +1$ oder $r = -1$.

3) Ein Auto fährt 100 km mit einer Geschwindigkeit von 60 $^{km}/_{h}$ und weitere 100 km mit einer Geschwindigkeit von 90 $^{km}/_{h}$. Dann beträgt die Durchschnittsgeschwindigkeit 72 $^{km}/_{h}$.

4) Bei sortierten Daten müssen die Werte des arithmetischen Mittel und der (empirischen) Varianz mit den aus den Urdaten berechneten Werten übereinstimmen.

Block D

1) Führt man eine lineare Transformation ($y_i = a + bx_i$) eines kardinalen Datensatzes x_i durch mit $a = -\frac{\bar{x}}{s_x}$ und $b = \frac{1}{s_x}$, so gilt : $\bar{y} = 1$ und $s_y = 0$.

2) Wenn der GINI-Koeffizient gleich Eins ist, dann ist die Varianz der betrachteten statistischen Größe ungleich Null.

3) Im Pferdelotto gilt es, die drei schnellsten Pferde eines bestimmten Rennens mit ihrer Reihenfolge des Eintreffens ins Ziel vorherzusagen. Wenn insgesamt 10 Pferde an den Start gehen, gibt es somit 719 verschiedene mögliche Tipplisten.

4) Auf den Märkten A und B gebe es gleich viele Marktteilnehmer. Unterscheiden sich die HERFINDAHL-Maße der beiden Märkte, so liegt das nur am Merkmalseffekt.

Block E

1) Der Auswahlsatz ist das Verhältnis $\frac{N}{n}$.

2) Eine Zufallsvariable ist eine Abbildung der Menge der statistischen Einheiten in die reellen Zahlen.

3) Fusionieren auf einem Markt zwei beliebige Anbieter mit den Marktanteilen p_1 und p_2, so wird der Herfindahlindex um den Faktor $2 \cdot p_1 \cdot p_2$ größer.

4) Man spricht vom „Prinzip der Flächentreue", wenn bei der graphischen Darstellung von absoluten Häufigkeiten gruppierter Daten der Flächeninhalt eines Blockes proportional ist zu der darzustellenden absoluten Häufigkeit.