18	€0.90
Klausur ID	VUSTA

Statistik I
VWL / BWL / Economics / Wiing

Professor	URL des Lehrstuhls
Urbanski	http://stat.cs.tu-berlin.de/lehre/stat2bwl.html

Institut	Prüfungsart	Studienabschnitt
BWL	schriftlich	Grundstudium

weitere Informationen

Fachschaftsteam der Fakultät VIII
TU Berlin – Erweiterungsbau
Straße des 17. Juni 135
Raum EB 511
D – 10623 Berlin
Telefon: 0049 30 314 29442
Internet: www.fachschaftsteam.de

STATISTIK

I

ÖKONOMEN & WIRTSCHAFTSINGENIEURE

WS 2007 / 2008

Aufgabe 3

A

Im Institut von Prof. Genologix können die Gene von Mäusen derart verändert werden, daß man für die Geburt einer Maus folgende Aussagen über die Farbe des Felles und die Augenfarbe treffen kann :

- Mit einer Wahrscheinlichkeit von 20 % wird die Maus eine graues Fell haben.
- Kommt die Maus mit einem grauen Fell zur Welt, wird sie mit 50 %–iger Wahrscheinlichkeit blaue Augen haben.
- Kommt die Maus mit keinem grauen Fell zur Welt, wird sie mit 62,5 %–iger Wahrscheinlichkeit blaue Augen haben.

1) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß eine Maus blaue Augen haben wird ?
2) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß eine Maus, wenn sie keine blauen Augen hat, ein graues Fell haben wird ?

B

Prof. Genologix hat viele Aufträge und wundert sich, daß mit 60 %–iger Wahrscheinlichkeit blauäugige Mäuse gewünscht werden. Er betrachtet die nächsten 20 Auftragseingänge als Zufallsstichprobe und interessiert sich für folgende Fragen :

1) Wie ist die Zufallsvariable

X : „ Anzahl der gewünschten blauäugigen Mäuse "

verteilt ? [Verteilungstyp und –parameter !]

2) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß mehr als 7 blauäugige Mäuse gewünscht werden ?
3) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß mindestens 2 , aber höchstens 11 Mäuse blauäugig sein sollen ?

C

Prof. Genologix konnte herausfinden, daß die normalverteilte Zufallsvariable

„ Körpergröße einer von ihm gezüchteten Maus [in mm] "

den allgemeinen Wunschvorstellungen mit einem Erwartungswert von 185 [mm] bei einer Varianz von 16 [mm^2] bei männlichen und einem Erwartungswert von 170 [mm] bei einer Varianz von 9 [mm^2] bei weiblichen Mäusen entspricht.

1) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß bei einem zufällig herausgegriffenen Mäusepaar (unterschiedlichen Geschlechts) der Mäusemann mindestens 5 [mm] größer ist als die Mäusefrau ?
2) Welche Körpergröße wird bei Mäusemännern mit 90 %–iger Wahrscheinlichkeit nicht überschritten ?
3) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß eine zufällig ausgewählte Mäusefrau mindestens 164 [mm] , aber nicht größer als 170 [mm] ist ?

Aufgabe 4

A

Statistix benötigt einen neuen Markenreifen für sein Auto. Mit Erstaunen erfährt er vom Reifenhändler, daß die Lebensdauer eines Reifens dieser Marke (gemessen in Laufleistung in km) exponentialverteilt sein soll mit einem Erwartungswert von 36.000 km .

1) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß Statistix höchstens 27.000 km mit einem solchen Reifen fahren kann ?
2) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß ein solcher Reifen nach 43.200 km immer noch nicht abgefahren ist ?

Angenommen, Statistix ist schon 36.000 km mit dem Reifen gefahren.

3) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß er den Reifen noch mindestens weitere 18.000 km benutzen kann ?
4) Welche charakteristische Eigenschaft der Exponentialverteilung spricht dagegen, daß die Lebensdauer eines Autoreifens exponentialverteilt ist ?

Auf Nachfrage beim Hersteller dieser Reifenmarke erfährt Statistix, daß sich der Reifenhändler hinsichtlich der exponentialverteilten Lebensdauer dieser Reifenmarke tatsächlich geirrt hat.
Die Lebensdauer eines solchen Reifens soll nach Information des Herstellers annähernd normalverteilt sein mit einer mittleren Lebensdauer von 36.000 km bei einer Standardabweichung von 4.500 km .

5) Wie groß ist nun die Wahrscheinlichkeit, daß Statistix höchstens 27.000 km mit einem solchen Reifen fahren kann ?
6) Wie groß ist nun die Wahrscheinlichkeit, daß ein solcher Reifen nach 43.200 km immer noch nicht abgefahren ist ?

Angenommen, Statistix ist schon 36.000 km mit dem Reifen gefahren.

7) Wie groß ist nun die Wahrscheinlichkeit, daß er den Reifen noch mindestens weitere 11.250 km benutzen kann ?

B

Beim Brettspiel „ Mensch–Ärgere–Dich–Nicht " kann ein Spieler nur dann sein Spiel starten, wenn er eine „ 6 " würfelt. Dazu darf er in jeder Runde (, also immer wenn er an der Reihe ist) dreimal mit einem idealen Würfel (in der Hoffnung, eine „ 6 " zu bekommen) würfeln.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß der Spieler erst in der vierten Runde in das Spiel starten kann ?

18	€0.90
Klausur ID	VUSTA

Statistik A
VWL / BWL / Economics

Professor	URL des Lehrstuhls
Urbanski	http://stat.cs.tu-berlin.de/lehre/stat2bwl.html

Institut	Prüfungsart	Studienabschnitt
BWL	schriftlich	Grundstudium

weitere Informationen

Fachschaftsteam der Fakultät VIII
TU Berlin – Erweiterungsbau
Straße des 17. Juni 135
Raum EB 511
D – 10623 Berlin
Telefon: 0049 30 314 29442
Internet: www.fachschaftsteam.de

STATISTIK

I

BWL / VWL
ECONOMICS
WI-INGS

SS 2007

Aufgabe 3

A

Ein Flugzeug soll auf einem Flugplatz landen. Bei günstigem Wetter beobachtet der Pilot bei der Landung den Flugplatz visuell. Die Wahrscheinlichkeit einer glücklichen Landung ist in diesem Fall gleich 99 %.
Hat der Pilot keine Sicht, so landet er das Flugzeug „ blind " mit Hilfe einer entsprechenden Apparatur. Die Zuverlässigkeit der Apparatur beträgt 80 %.
Die Wahrscheinlichkeit einer glücklichen Landung des Flugzeugs ist bei einwandfreier Arbeit der Apparatur die gleiche wie bei visueller Beobachtung.
Fällt die Apparatur jedoch aus, so beträgt die Wahrscheinlichkeit einer glücklichen Landung nur 2 %.
Man kann davon ausgehen, daß der Pilot bei 40 % aller Landungen keine Sicht hat.

Sei

V : „ Pilot kann das Flugzeug visuell landen "

E : „ Apparatur arbeitet einwandfrei "

G : „ Flugzeug landet glücklich "

Achtung : In Ihrem Rechengang muß der Lösungsweg in Ereignisschreibweise klar ersichtlich sein !

1) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß der Pilot gute Sicht hat und das Flugzeug glücklich landet ?

2) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß das Flugzeug glücklich landet, wenn der Pilot es nicht visuell landen kann ?

3) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für eine glückliche Landung ?

B

Objekte durchlaufen nacheinander drei unabhängig voneinander wirksame Kontrollinstanzen, die mit den Wahrscheinlichkeiten $\pi_1 = 0.7$; $\pi_2 = 0.8$; $\pi_3 = 0.9$ fehlerhafte Objekte erkennen.

Sei

K_i : „ Kontrollinstanz i erkennt fehlerhaftes Objekt " $(i = 1 , 2 , 3)$

E : „ Fehlerhaftes Objekt wird erkannt "

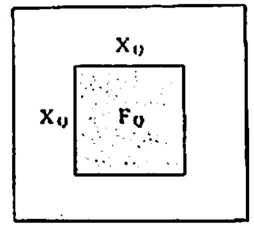
Achtung : In Ihrem Rechengang muß der Lösungsweg in Ereignisschreibweise klar ersichtlich sein !

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß ein fehlerhaftes Objekt erkannt wird ?

Aufgabe 4

A

Die Seitenlänge eines Quadrats sei eine Zufallsvariable X_Q mit $E(X_Q) = 10$ und $Var(X_Q) = 1$.



Sei

U_Q : „ Umfang des Quadrats "

F_Q : „ Flächeninhalt des Quadrats "

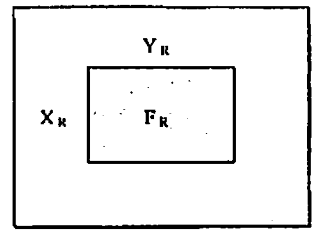
1) Berechnen Sie $E(U_Q)$!

2) Berechnen Sie $Var(U_Q)$!

3) Berechnen Sie $E(F_Q)$!

B

Die Seitenlängen eines Rechtecks seien unabhängige Zufallsvariable X_R und Y_R mit $E(X_R) = 8$ und $E(Y_R) = 10$ mit $Var(X_R) = Var(Y_R) = 1$.



Sei

U_R : „ Umfang des Rechtecks "

F_R : „ Flächeninhalt des Rechtecks "

1) Berechnen Sie $E(U_R)$!

2) Berechnen Sie $Var(U_R)$!

3) Berechnen Sie $E(F_R)$!

C

Dem Zöllner Statistix ist die Nachricht zugetragen worden, daß von den 40 Passagieren eines ankommenden Fährschiffes genau 2 Passagiere Schmuggelware mit sich führen.

Da er nun einerseits nicht alle Personen kontrollieren will, andererseits aber doch mindestens einen Schmuggler als Abschreckungsmaßnahme überführen möchte, will er eine bestimmte Anzahl von n Personen zufällig auswählen und kontrollieren.

Statistix möchte dabei die Zahl n so festsetzen, daß mit einer Mindestwahrscheinlichkeit von 90 % mindestens ein Schmuggler bei der Kontrolle erwischt wird.

Wie viele Personen (n) muß Statistix demnach kontrollieren ?

Hinweis : $x^2 + p \cdot x + q = 0$ [quadratische Gleichung]

$$\text{Lösung : } x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$$

STATISTIK

I

BWL / VWL
ECONOMICS
WI-INGS

WS 2006 / 2007

Aufgabe 1

Für die 30 Beschäftigten eines Unternehmens sind in einer Untersuchung des täglichen Anfahrtweges zur Arbeitsstelle folgende statistische Größen untersucht worden :

X : „ Benötigte (Durchschnitts-) Zeit zum Erreichen der Arbeitsstelle (in Minuten) "

Y : „ Verwendete Beförderungsmittel " mit den Ausprägungen :

Ö ≡ „ Öffentlicher Personennahverkehr "
K ≡ „ Kraftfahrzeug "
F ≡ „ Fahrrad bzw. zu Fuß "

Es ergaben sich folgende Daten :

Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
x	11	16	20	23	25	26	27	28	28	29	30	31	32	33	36
y	F	F	F	F	*K*	F	*K*	*K*	*K*	*K*	*K*	*K*	*K*	*K*	*K*

Nr.	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
x	37	37	38	39	39	39	40	41	41	42	46	46	49	50	50
y	Ö	Ö	*K*	*K*	Ö	*K*	Ö	*K*	Ö	*K*	Ö	Ö	Ö	Ö	Ö

1) Berechnen Sie die drei mittleren Wegezeiten (arithmetischen Mittel) für die verschiedenen Beförderungsmittel !

2) Berechnen Sie für jedes der drei Beförderungsmittel die (emp.) Varianz der Wegezeiten !

3) Berechnen Sie die Gesamtvarianz der Wegezeiten aller Probanden !

4) Welcher Anteil (in %) der Gesamtvarianz wird durch Berücksichtigung unterschiedlicher Beförderungsmittel verursacht ?

Teilen Sie die benötigten Wegezeiten folgendermaßen in drei Kategorien (von ... bis unter) ein :

kleinere Wegezeit ≡ [10 – 20)

mittlere Wegezeit ≡ [20 – 41)

größere Wegezeit ≡ [41 – 55)

5) Bei welchem Beförderungsmittel ist der Anteil der Arbeitnehmer, die eine *kleinere* Wegezeit haben, am größten ?

6) Bei welchem Beförderungsmittel ist der Anteil der Arbeitnehmer, die eine *mittlere* Wegezeit haben, am größten ?

7) Bei welchem Beförderungsmittel ist der Anteil der Arbeitnehmer, die eine *größere* Wegezeit haben, am größten ?

Aufgabe 4

A

Bei der Ausstellung „ Tourismus in Berlin " rechnet man damit, daß von den vielen tausend Einzelbesuchern 40 % Eintrittskarten zum ermäßigten Preis und nur 45 % der Einzelbesucher Eintrittskarten zum vollen Preis kaufen werden. Von den restlichen Einzelbesuchern sind keine Einnahmen zu erwarten, da diese über (von einem Radiosender verloste) Freikarten verfügen.

Wie groß ist die exakte Wahrscheinlichkeit, daß von 20 zufällig ausgewählten Einzelbesuchern

1) höchstens 13 nicht den vollen Preis zahlen werden ?
2) genau 11 den ermäßigten Preis zahlen werden ?
3) mindestens 16 überhaupt Eintrittsgeld bezahlen werden ?
4) mindestens 7 , aber weniger als 12 nicht den ermäßigten Preis zahlen werden ?

B

Am Eingang der Ausstellung liegen auf einem Verkaufstisch 10 Kataloge in Folienverpackung. Vier dieser Kataloge enthalten das „ Geleitwort des Schirmherrn " der Ausstellung versehentlich nicht. Der Leiter einer Besuchergruppe kauft 3 Exemplare.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß er

1) genau 1 unvollständiges Exemplar bekommen hat ?
2) kein unvollständiges Exemplar bekommen hat ?
3) mindestens 2 unvollständige Exemplare bekommen hat ?

C

In einer Glasvitrine liegt das kostbare Prunkstück der Sammlung. Diese Vitrine ist durch eine eigene Alarmanlage gesichert, die bei Berührung einen Alarm auslöst. Durchschnittlich 3,2 mal während der 8 – stündigen Öffnungszeit der Ausstellung wird trotz aufgestellter Warnschilder der Alarm ausgelöst, weil harmlose Besucher versehentlich (und unabhängig voneinander) die Vitrine berühren.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß an einem beliebigen Tag, an dem die Ausstellung geöffnet ist,

1) genau 2 mal Alarm ausgelöst wird ?
2) mindestens 3 mal Alarm ausgelöst wird ?
3) weniger als 5 mal Alarm ausgelöst wird ?

Die Ausstellung ist an 5 Tagen in der Woche geöffnet.

Wie groß ist approximativ die Wahrscheinlichkeit, daß in einer beliebigen Woche

4) mehr als 20 mal Alarm ausgelöst wird ?
5) weniger als 14 mal Alarm ausgelöst wird ?

Aufgabe MC

Block A

1) Mit Hilfe eines Residuenplots kann man im nachhinein erkennen, ob das Regressionsmodell richtig spezifiziert war, d.h. ob der gewählte Ansatz für die Regressionsfunktion (z.B. linear) als erfüllt angesehen werden kann. f
2) Das sichere Ereignis besitzt die Wahrscheinlichkeit Eins. Also ist ein Ereignis, das die Wahrscheinlichkeit Eins besitzt, auch das sichere Ereignis. f
3) Bei einer symmetrischen Häufigkeitsverteilung müssen Modus, Median und arithmetisches Mittel nicht übereinstimmen. w
4) Eine Zufallsvariable, die negativ binomialverteilt ist, hat ihren Namen daher, weil ihr Wertebereich auch aus negativen Zahlen besteht. f

Block B

1) Zwei Ereignisse, die keine gemeinsamen Elemente haben, haben nichts miteinander zu tun, sind also stochastisch unabhängig.
2) Das Prinzip der Flächentreue besagt nicht, daß alle Teilflächen des Histogramms gleich groß sein müssen.
3) Zwischen dem arithmetischen Mittel ($\bar{x}$), dem geometrischen Mittel ($\bar{x}_g$) und dem harmonischen Mittel ($\bar{x}_h$) gilt folgende Beziehung : $\bar{x}_h \leq \bar{x}_g \leq \bar{x}$.
[Hilfe : Prüfen Sie mit Hilfe von zwei Beobachtungswerten : $x_1 = 2$ und $x_2 = 8$, ob diese Behauptung richtig ist !]
4) Der Herfindalindex ist von der Anzahl der Marktteilnehmer (n) abhängig und somit eine dimensionsabhängige Maßzahl.

Block C

1) Die Maßzahl $\frac{s_X}{\bar{x}}$ ist eine Streuungsmaßzahl, die das „ Datenniveau " berücksichtigt und auch für $\bar{x} = 0$ sinnvoll interpretierbar ist. f
2) Wie sich für die Standardabweichung einer stetigen Zufallsvariablen niemals negative Werte ergeben können, so kann auch der Erwartungswert einer stetigen Zufallsvariablen keine negativen Werte annehmen .
3) Die aus einer sortierten Datentabelle berechnete Merkmalssumme muß mit der aus den Urdaten berechneten Merkmalssumme übereinstimmen. w
4) Die flächentreue Darstellung absoluter bzw. relativer Häufigkeiten gruppierter Daten nennt man Histogramm. w

Aufgabe MC

Block A

1) Bei einer symmetrischen Verteilung müssen Median und arithmetisches Mittel übereinstimmen.

2) Ein Glücksspiel möge drei mögliche Ausgänge haben : entweder man verliert 5 € oder man gewinnt 5 € oder man gewinnt (bzw. verliert) nichts. Dann ist die Zufallsvariable X : „ Gewinn bei einmaliger Durchführung dieses Spiels " multinomialverteilt .

3) Seien A und B Ereignisse [mit $0 < P(A) < 1$ und $0 < P(B) < 1$] . Sei $P(A \cap B) = 0$. Dann sind A und B stochastisch unabhängig.

4) Können Zufallsvorgänge aus bestimmten Gründen nur begrenzt wiederholt werden (oder sind sogar von vornherein einmalig) , so können Wahrscheinlichkeiten von (aus solchen Zufallsvorgängen abgeleiteten) Ereignissen nur aufgrund subjektiver Einschätzung bestimmt werden.

Block B

1) Eine statistische Größe X ist eine Abbildung, wobei der Definitionsbereich stets die Menge der statistischen Einheiten darstellt.

2) Sind drei Ereignisse A , B und C **vollständig** stochastisch unabhängig, dann sind diese Ereignisse auch **paarweise** stochastisch unabhängig.

3) Es gilt : $\sum_{i=1}^{n} x_i^2 = n \cdot (s^2 - \bar{x}^2)$.

4) Eine Kontingenztafel kann nur für nominal skalierte Merkmale erstellt werden.

Block C

1) Statistische Größen lassen sich hinsichtlich ihres Definitionsbereichs klassifizieren.

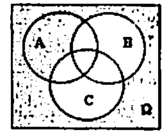
2) Sind drei Ereignisse A, B und C **paarweise** disjunkt [d.h. $(A \cap B) = \emptyset$ bzw. $(A \cap C) = \emptyset$ bzw. $(B \cap C) = \emptyset$], dann sind sie auch **vollständig** disjunkt [d.h. $(A \cap B \cap C) = \emptyset$].

3) Bei einer binomialverteilten Zufallsvariable X gilt stets : $P(4{,}5 \le X \le 5{,}5) \neq P(X = 5)$.

4) Innerhalb der Regressionsrechnung läßt sich mit Hilfe der Residualanalyse untersuchen, ob der gewählte Ansatz für die Regressionsfunktion (z.B. linear) als erfüllt angesehen werden kann.

Block D

1) Seien A, B und C $\subset \Omega$ Ereignisse. Das Ereignis : „ Nur A tritt ein " läßt sich folgendermaßen („ graugefärbt ") graphisch darstellen :



2) Die flächentreue Darstellung absoluter bzw. relativer Häufigkeiten bei gruppierten Daten nennt man Histogramm.

3) Der „ mittlere Datenkörper " (d.h. die mittleren 50 % der Daten) wird nicht durch den Wert der Spannweite beschrieben.

4) Bei sortierten Daten müssen die Werte des arithmetischen Mittel und der (empirischen) Varianz nicht mit den aus den Urdaten berechneten Werten übereinstimmen.

Block E

1) Der Kontingenzkoeffizient K ist eine Maßzahl für den linearen Zusammenhang zwischen zwei statistischen Merkmalen.

2) Die Varianz linear transformierter Merkmalswerte unterscheidet sich stets von der Varianz der

3) Bei einer perfekten linearen Beziehung zwischen zwei metrischen Merkmalen gilt für den Korrelationskoeffizienten r nach Bravais–Pearson : $r = +1$ oder $r = -1$.

4) Gegen eine Berechnung des Medians bei metrischen Merkmalen sprechen keine methodischen Gründe, sondern lediglich der mögliche Informationsverlust.

Block F

1) Die Varianz eines kardinal skalierten Merkmals wird größer, falls der Umfang der Beobachtungsgesamtheit erhöht wird.

2) Häufigkeitsverteilungen kardinal skalierter Merkmale lassen sich durch das arithmetische Mittel und die (empirische) Varianz eindeutig beschreiben.

3) Die beiden Zufallsvariablen „ X " und „ − X " haben stets die gleiche Varianz.

4) Eine $B(n ; \pi)$ – verteilte Zufallsvariable hat $n + 1$ Realisationsmöglichkeiten.

Aufgabe 2

A

Ein Großunternehmen veröffentlicht folgende Angaben über die Verteilung der Jahresbruttolöhne seiner Lohnempfänger :

Jahresbruttolohn [in €] von . . . bis unter	Anzahl der Lohnempfänger	Kumulierte Anzahl der Lohnempfänger
0 – 2.400	1.600	1.600
2.400 – 7.200	1.800	3.400
7.200 – 9.600	800	4.200
9.600 – 16.000	1.700	5.900
16.000 – 25.000	2.400	8.300
25.000 – 37.000	5.100	13.400
37.000 – 43.000	3.800	17.200
43.000 –	2.800	20.000

Das arithmetische Mittel beträgt : $\bar{x} = \underline{26.777}$ €

Bei der nächsten Tarifverhandlung wird folgendes vereinbart :

Alle Lohnempfänger erhalten 4 % mehr Bruttolohn.
Zusätzlich erhalten alle Lohnempfänger mit bisherigem Bruttolohn bis unter 9.600 € einen Festbetrag von jährlich 600 €.

Welche der folgenden Aussagen über das arithmetische Mittel $\bar{x}_{\underline{Neu}}$ (<u>nach</u> der Lohnerhöhung) sind falsch, wenn Sie davon ausgehen, daß außer der vereinbarten Tarifänderung keine weiteren Änderungen (Zahl und Struktur der Lohnempfänger, Gruppeneinteilung etc) eintreten ?

1) $\bar{x}_{Neu} = 1{,}04 \cdot (26.777 + 600)$

2) $\bar{x}_{Neu} = 1{,}04 \cdot 26.777 + \frac{4.200}{26.777} \cdot 600$

3) $\bar{x}_{Neu} = 1{,}04 \cdot 26.777 + 600$

4) $\bar{x}_{Neu} = 1{,}04 \cdot 26.777 + \frac{800}{20.000} \cdot 600$

5) $\bar{x}_{Neu} = 1{,}04 \cdot 26.777 + \frac{800}{4.200} \cdot 600$

B

Ein Autofahrer tankt auf einer Reise dreimal, und zwar beim i-ten Mal (i = 1 , 2 , 3) die Menge q_i (Liter) zum Preis von p_i $\left(€/_{Liter} \right)$.

Wie hoch ist der durchschnittliche Benzinpreis auf dieser Reise, wenn der Autofahrer zu verschiedenen Preisen p_i mit

$$p_1 = 1 \; €/_{Liter} \quad ; \quad p_2 = 1{,}2 \; €/_{Liter} \quad ; \quad p_3 = 1{,}3 \; €/_{Liter}$$

1) jedesmal verschiedene Mengen q_i mit
$q_1 = 10$ Liter ; $q_2 = 15$ Liter ; $q_3 = 20$ Liter tankt ?

2) jedesmal die gleiche Menge q tankt ?

3) jedesmal für den gleichen Geldbetrag [in €] tankt ?

BWL / VWL Statistik Teil A WS 2005 / 2006

Aufgabe 3

A

Statistix möchte in einem Gärtnereibetrieb für seine Balkonbepflanzung Blumenzwiebeln erwerben, die in Paketen à 30 Stück abgepackt sind. Auf einem solchen Paket ist zu lesen, daß diese Zwiebeln eine „ Keimgarantie " von 95 % haben. Ob eine beliebige Blumenzwiebel keimt oder nicht keimt, hängt nicht davon ab, ob andere Blumenzwiebeln keimen oder nicht keimen.
Im Regal stehen noch 10 Pakete, von denen aber 7 falsch ausgepreist sind. Statistix nimmt nun 3 Pakete zufällig aus dem Regal.

1) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß er die drei richtig ausgepreisten Pakete aus dem Regal nimmt ?

Wie groß ist <u>exakt</u> die Wahrscheinlichkeit, daß in einem Paket

2) weniger als 25 Blumenzwiebeln keimen werden ?

3) mindestens 26, aber weniger als 29 Blumenzwiebeln keimen werden ?

Wie groß ist <u>approximativ</u> die Wahrscheinlichkeit, daß in einem Paket

4) weniger als 25 Blumenzwiebeln keimen werden ?

5) mindestens 26, aber weniger als 29 Blumenzwiebeln keimen werden ?

B

Für seine Gartenbepflanzung benötigt Statistix wesentlich mehr Blumenzwiebeln. In einem anderen Gärtnereibetrieb hat er nun Pakete à 30 Stück entdeckt, die erheblich billiger sind. Allerdings wird hier nur eine „ Keimgarantie " von 80 % versprochen.

Wie groß ist <u>exakt</u> die Wahrscheinlichkeit, daß in einem Paket

1) höchstens 17 Blumenzwiebeln keimen werden ?

2) mehr als 21, aber höchstens 26 Blumenzwiebeln keimen werden ?

Wie groß ist <u>approximativ</u> die Wahrscheinlichkeit, daß in einem Paket

3) höchstens 17 Blumenzwiebeln keimen werden ?

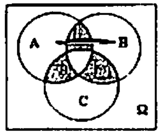
4) mehr als 21, aber höchstens 26 Blumenzwiebeln keimen werden ?

Statistix kauft für seinen Garten eine ganze Palette mit 30 Paketen dieser Sorte.

5) Wie groß ist <u>approximativ</u> die Wahrscheinlichkeit, daß von allen gekauften Blumenzwiebeln mindestens 156 , aber höchstens 204 Blumenzwiebeln nicht keimen werden ?

Block D

1) Seien A, B und $C \subset \Omega$ Ereignisse. Das Ereignis : „ Mindestens zwei dieser Ereignisse treten ein " läßt sich folgendermaßen graphisch darstellen :



2) Weist eine empirische Verteilungsfunktion eines diskreten Merkmals X an allen Sprungstellen die gleiche Sprunghöhe auf, so folgt X einer diskreten Gleichverteilung.

3) Trotz des „ Prinzips der Flächentreue " müssen keineswegs alle Teilflächen eines Histogramms gleich groß sein.

4) Falls gilt : $P(A) \neq 1$, so nennt man das Ereignis A „ fast sicher ".

Block E

1) Die Summe von n ($n > 1$) unabhängigen Bernoulli-verteilten Zufallsvariablen ist binomialverteilt mit n und π.

2) Der Korrelationskoeffizient r nach Bravais-Pearson verändert seinen Wert nicht, falls man die Ausgangsdaten linear transformiert.

3) An der Kovarianz zweier kardinal skalierter Merkmale X und Y lassen sich Richtung und Stärke des linearen Zusammenhangs zwischen X und Y ablesen.

4) Wenn der Gini-Koeffizient gleich Null ist, dann ist die Varianz der betrachteten statistischen Größe ebenfalls gleich Null.

Block F

1) Die Summe von zwei unabhängigen und gleichverteilten Zufallsvariablen ist wieder gleichverteilt.

2) Aus $P(A/B) = P(B/A)$ folgt : A und B sind stochastisch unabhängig.

3) Es gilt : $E(X^2) = Var(X) + [E(X)]^2$.

4) Aus einer Urne, die drei rote und zwei weiße Kugeln enthält, werden gleichzeitig zwei Kugeln zufällig gezogen. Die Wahrscheinlichkeit, daß beide Kugeln rot sind, beträgt 30 % .

STATISTIK

A

BWL / VWL

SS 2005

Aufgabe 3

Anton ist ein begeisterter und guter Golfspieler. Er spielt nur auf „ Super–Golfplätzen " Ein solcher Golfplatz besteht aus 30 Löchern, d.h. es gibt 30 Bahnen unterschiedlicher Länge, wobei der Ball auf jeder einzelnen Bahn mit möglichst wenig Schlägen „ eingelocht " werden soll. Wegen der unterschiedlichen Länge (≡ Entfernung vom Abschlag bis zum Loch) der Bahnen, gibt es 3 sog. „ Par–Vorgaben " , die angeben, mit wieviel Schlägen ein guter Spieler den Ball einlochen sollte :

Par 5 :	Sehr lange Bahn	[mit 5 Schlägen sollte eingelocht werden]
Par 4 :	Mittlere Bahn	[mit 4 Schlägen sollte eingelocht werden]
Par 3 :	Kurze Bahn	[mit 3 Schlägen sollte eingelocht werden]

Spielt man eine Bahn mit einem Schlag weniger als vorgegeben, so hat man ein sog. „ Birdie " erzielt.
Spielt man eine Bahn mit genau den vorgegebenen Schlägen, so hat man ein sog. „ Par " erzielt.
Spielt man eine Bahn mit einem Schlag mehr als vorgegeben, so hat man ein sog. „ Bogie " erzielt.

Es kommt praktisch nie vor, daß Anton etwas anderes spielt als „ Birdie " , „ Par " oder „ Bogie " .

Da Anton in seiner Karriere schon auf unzähligen Golfkursen gespielt hat, weiß er aus Erfahrung, daß auf Golfkursen der Anteil der „ Par 3 " – Löcher ca. 30 % , der Anteil der „ Par 4 " – Löcher ca. 50 % und der Anteil der „ Par 5 " – Löcher ca. 20 % beträgt.

Anton kennt die Wahrscheinlichkeit, daß er ein Bogie spielt ganz genau.
Sie beträgt, wenn die Bahn eine Par 3 – Bahn ist, 2 % .
Sie beträgt, wenn die Bahn eine Par 4 – Bahn ist, 6 % .
Sie beträgt, wenn die Bahn eine Par 5 – Bahn ist, 7 % .

1) Bestimmen Sie mit Hilfe eines formalen Rechenganges in Ereignisschreibweise die Wahrscheinlichkeit, daß Anton auf einer beliebigen Golfbahn ein Bogie spielt !

Die Wahrscheinlichkeit, daß Anton auf einer beliebigen Golfbahn ein Birdie spielt, beträgt 40 % .

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß Anton auf einem beliebigen Super–Golfplatz

2) genau 8 Birdies spielt ?
3) höchstens 17 mal ein Par erzielt ?
4) erst auf der 6. Bahn sein erstes Birdie spielt ?
5) auf der 7. Bahn seinen dritten Bogie spielt ?
6) weniger als 6 Bogies spielt ?
7) mehr als 2 Bogies spielt ?
8) mindestens 23 mal, aber weniger als 26 mal keinen Bogie spielt ?

Wie groß ist approximativ die Wahrscheinlichkeit, daß Anton auf einem beliebigen Super–Golfplatz

9) weniger als 6 Bogies spielt ?
10) mehr als 2 Bogies spielt ?
11) mindestens 23 mal, aber weniger als 26 mal keinen Bogie spielt ?

Aufgabe 4

Schaltet man zwei Glühlampen L_1 und L_2 „ in Reihe " (Abb. 1) , dann bekommt man nur dann Licht, wenn beide Lampen funktionieren.

Schaltet man zwei Glühlampen L_1 und L_2 „ parallel " (Abb. 2) , dann bekommt man nur dann kein Licht, wenn beide Lampen defekt sind.

Die Glühlampen mögen unabhängig voneinander funktionieren bzw. defekt sein.

Eine Schaltung A ··· B heißt intakt , wenn man Licht bekommt.

Abb. 1 **Reihenschaltung**

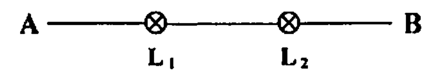
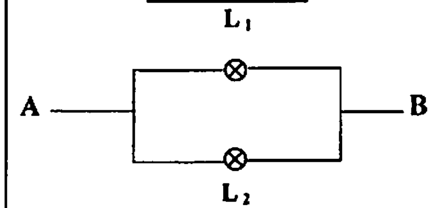


Abb. 2 **Parallelschaltung**



Glühlampe L_i brennt mit der Wahrscheinlichkeit π_i .

Sei

L_i : „ Glühlampe i funktioniert " ; $P(L_i) = \pi_i$ (für alle i)

Re : „ Reihenschaltung ist intakt "

Pa : „ Parallelschaltung ist intakt "

1) Wie groß ist (in Abhängigkeit von π_1 und π_2) die Wahrscheinlichkeit, daß die Reihenschaltung (in Abb. 1) intakt ist ?

2) Wie groß ist (in Abhängigkeit von π_1 und π_2) die Wahrscheinlichkeit, daß die Parallelschaltung (in Abb. 2) intakt ist ?

3) Wie viele solcher Glühlampen darf man höchstens in Reihe schalten (Abb. 1) , wenn die Wahrscheinlichkeit, daß die Reihenschaltung intakt ist, nicht unter 80 % absinken darf und wenn gilt :

$$P(L_i) = \pi_i = 0{,}98 \quad (\text{für alle } i)$$

4) Wie viele solcher Glühlampen muß man mindestens parallel schalten (Abb. 2) , wenn die Wahrscheinlichkeit, daß die Parallelschaltung intakt ist, mindestens 99,99 % betragen soll und wenn gilt :

$$P(L_i) = \pi_i = 0{,}8 \quad (\text{für alle } i)$$

Aufgabe 1

In einem Tennisclub werden die Plätze von den Mitgliedern in unterschiedlichem Maße belegt. Unter den aktiven Mitgliedern gibt es „ spielfreudige " Spieler (die oft spielen) und „ spielmüde " Spieler (die wenig spielen). Man unterteilt die 200 aktiven Spieler nach dem Belegungsgrad wie folgt :

Belegungsstunden pro Woche von ... bis unter	Anzahl der Spieler
0 – 2	80
2 – 5	40
5 – 7	30
7 – 11	20
11 – 17	30

1) Wie lautet das statistische Merkmal und wie ist es skaliert ?

2) Wie hoch (in Std.) ist das (geschätzte) wöchentliche Belegungsvolumen der Plätze ?

3) Wie viele Stunden nutzt ein aktives Clubmitglied im Wochendurchschnitt die Plätze, wenn Sie das arithmetische Mittel als Beurteilungskriterium heranziehen ?

4) Stellen Sie die relativen kumulierten Häufigkeiten graphisch dar !

5) Wie viele Stunden spielen die 80 % „ spielmüdesten " Spieler pro Woche höchstens ?
[Rechnerische Lösung !]

6) Wieviel Prozent „ spielfreudige " Spieler spielen pro Woche mehr als 1 Stunde Tennis ?
[Rechnerische Lösung !]

7) Erstellen Sie (rechnerisch) eine sog. „ 5 – Zahlen – Zusammenfassung " und zeichnen Sie den zugehörigen Boxplot !

8) Berechnen Sie den (emp.) Quartilskoeffizienten der Schiefe und interpretieren Sie den errechneten Wert !

9) Ermitteln Sie tabellarisch die Lorenzsche Konzentrationsverteilung und zeichnen Sie die zugehörige Lorenzkurve !

10) Welchen Anteil am wöchentlichen Belegungsvolumen nehmen die 80 % „ spielmüdesten " Spieler in Anspruch ?

11) Welchen Anteil am wöchentlichen Belegungsvolumen nehmen die 80 % „ spielfreudigsten " Spieler in Anspruch ?

12) Welchen Anteil am wöchentlichen Belegungsvolumen nehmen diejenigen Spieler in Anspruch, die von ihrer Spielfreude die „ mittleren 50 % " ausmachen ?

Aufgabe 2

Beim Fußballverein 1. FC Berlin hat gerade mitten in der Saison ein Trainerwechsel stattgefunden. Im Fan-Club des Vereins ist man der Meinung, daß auch der neue Trainer die merkwürdigen Leistungsschwankungen der Spieler, die durch Erfolge oder Mißerfolge weder stimuliert noch deprimiert werden, nicht verändern wird. Für die restlichen 20 Spiele der Saison geben die Fans ihrer Mannschaft für jedes Spiel eine Gewinnchance von 65 % , während die Wahrscheinlichkeit, daß ein Spiel verloren wird, mit 20 % bewertet wird.

Wie groß ist bei den restlichen 20 Spielen die Wahrscheinlichkeit,

1) für höchstens 8 Siege ?

2) für mehr als 11 Niederlagen ?

3) daß genau 14 mal kein Sieg errungen wird ?

4) mindestens 14 mal keine Niederlage zu erleiden ?

5) daß höchstens 8 mal, aber mindestens 4 mal weder Sieg noch Niederlage das Ergebnis ist ?

6) daß im sechsten Spiel der dritte Sieg errungen wird ?

7) daß die Mannschaft erst im fünften Spiel die erste Niederlage hinnehmen muß ?

Wie groß ist bei den nächsten 7 Spielen die Wahrscheinlichkeit, daß die Mannschaft

8) dreimal gewinnt und drei Niederlagen einstecken muß ?

BWL / VWL

Statistik Teil A WS 2004 / 2005

Aufgabe MC

Block A

1) Die empirische Verteilungsfunktion ist nicht nur für Werte definiert, die auch beobachtet wurden.

2) Der Korrelationskoeffizient r nach Bravais-Pearson ist keine dimensionslose Maßzahl.

3) Ein Glücksspiel möge nur zwei Ausgänge haben : entweder man gewinnt 1 € oder man gewinnt nichts. Dann ist die Zufallsvariable X : „ Gewinn bei einmaliger Durchführung dieses Spiels [in €] " Bernoulli-verteilt.

4) Beim Rangkorrelationskoeffizienten nach Spearman müssen bei Vorliegen von „ Bindungen " mittlere Rangplätze vergeben werden.

Block B

1) Das Bestimmtheitsmaß R^2 ist eine dimensionslose Maßzahl.

2) Führt man eine lineare Transformation ($y_i = a + bx_i$) eines kardinalen Datensatzes x_i durch mit $a = -\frac{\bar{x}}{s_x}$ und $b = \frac{1}{s_x}$, so gilt : $\bar{y} = 1$ und $s_y = 0$.

3) Wenn der Gini-Koeffizient gleich Eins ist, dann ist die Varianz der betrachteten statistischen Größe gleich Null.

4) Auf einem Markt gebe es n Anbieter ($n > 1$). Hat das Konzentrationsmaß nach Herfindahl den Wert $1/n$, so hat der Gini-Koeffizient nicht den Wert $1/n$.

Block C

1) Im Pferdelotto gilt es, die drei schnellsten Pferde eines bestimmten Rennens mit ihrer Reihenfolge des Eintreffens ins Ziel vorherzusagen. Wenn insgesamt 10 Pferde an den Start gehen, gibt es somit 719 verschiedene mögliche Tiplisten.

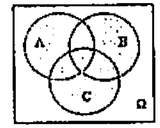
2) Die empirische Kovarianz ist keine dimensionslose Maßzahl.

3) Für eine binomialverteilte Zufallsvariable X (mit $0 < \pi < 1$) gilt : $E(X) > Var(X)$.

4) Der partielle Rangkorrelationskoeffizient τ nach Kendall ist keine dimensionslose Maßzahl.

Block D

1) Seien A, B und C $\subset \Omega$ Ereignisse. Das Ereignis : „ Mindestens zwei dieser Ereignisse treten ein " läßt sich folgendermaßen graphisch darstellen :



2) Das sichere Ereignis besitzt die Wahrscheinlichkeit Eins. Ein Ereignis, das die Wahrscheinlichkeit Eins besitzt, ist aber nur „fast sicher" .

3) Die induktive Statistik befaßt sich mit der Gewinnung, Aufbereitung und Darstellung sowie graphischen und numerischen Beschreibung von Daten.

4) Bei sortierten Daten ist die Häufigkeit der statistischen Einheiten eine Funktion der realisierten Ausprägungen des betrachteten statistischen Merkmals.

Block E

1) Der Auswahlsatz ist das Verhältnis $\frac{N}{n}$.

2) Kumulierte Häufigkeiten lassen sich zwar für jede Art (Skalierung) statistischer Merkmale mathematisch bilden, sind aber nicht für jede Art von statistischen Merkmalen sinnvoll interpretierbar.

3) Sind drei Ereignisse A, B und C $\subset \Omega$ <u>paarweise</u> disjunkt, so sind sie auch stets <u>vollständig</u> disjunkt.

4) Ist der Wertebereich einer Zufallsvariablen abzählbar unendlich groß, so handelt es sich um eine stetige Zufallsvariable.

Block F

1) Ein Auto fährt 100 km mit einer Geschwindigkeit von 60 km/h und weitere 100 km mit einer Geschwindigkeit von 90 km/h . Dann beträgt die Durchschnittsgeschwindigkeit 72 km/h .

2) Ein Histogramm ist die flächentreue Darstellung absoluter (bzw. relativer) Häufigkeiten für die graphische Darstellung sortierter Daten.

3) Eine statistisch festgestellte Korrelation kann durchaus ein Hinweis auf eine kausale Beziehung zwischen den betrachteten Variablen sein.

4) Aus n Elementen werde eine Auswahl zur Ordnung r vorgenommen. Dann gilt :

$$\binom{n}{r} = \binom{n-r}{n} .$$

Aufgabe 2

In einer Universität gab es eine Befragung unter allen Grundstudiums-Studenten der Wirtschaftswissenschaften. Ein Drittel aller 1200 Befragten war kein Fan der Substanzfächer BWL bzw. VWL. Der Anteil der VWL-Fans unter den Studenten, deren Lieblichsfach eines der Substanzfächer war, betrug 31,25 %.
Diejenigen Studenten, die eines der Substanzfächer zu ihrem Lieblingsfach im Grundstudium erklärt hatten, wurden nach ihrem durchschnittlichen Arbeitsaufwand [in Stunden] pro Semester-Woche befragt.

Dabei erhielt man folgendes Ergebnis für die vier aufgeführten Gruppen :

- 8 % der BWL-Fans und 4 % der VWL-Fans gehören zur 1. Gruppe.
- 12 % der BWL-Fans und 16 % der VWL-Fans gehören zur 4. Gruppe.
- Genau 500 Befragte entfallen auf die 2. Gruppe.

Gruppe	von ... bis unter
1	0 - 5
2	5 - 9
3	9 - 15
4	15 - 19

1) Wie heißt das hier untersuchte statistische Merkmal und wie ist es skaliert ?

2) Bestimmen Sie tabellarisch die absoluten Häufigkeiten, die relativen und die relativen kumulierten Häufigkeiten des statistischen Merkmals !

3) Stellen Sie die absolute Häufigkeitsverteilung graphisch dar !

4) Berechnen Sie

   a) das arithmetische Mittel aus den vorliegenden Daten !

   b) die Standardabweichung aus den vorliegenden Daten !

5) Geben Sie in einem Satz eine inhaltliche Interpretation beider Werte !

6) Ermitteln Sie tabellarisch die Lorenzsche Konzentrationsverteilung und stellen Sie die graphisch dar !

7) Wieviel Prozent des gesamten Arbeitsaufwandsvolumens entfallen auf die 60 % „ fleißigsten " Studenten ?

8) Auf wieviel Prozent „ faulste " Studenten entfallen 40 % des gesamten Arbeitsaufwandsvolumens ?

Aufgabe 3

Zu einer Prüfung erscheint eine Gruppe von 10 Studenten. Von diesen Studenten sind drei ausgezeichnet, vier gut, zwei mittelmäßig und einer schlecht vorbereitet.

Es gibt insgesamt 20 Prüfungsfragen. Der Prüfer stellt genau drei Fragen.

Ein ausgezeichnet vorbereiteter Student kann sämtliche 20, ein gut vorbereiteter Student kann 16, ein mittelmäßig vorbereiteter Student kann 10 und ein schlecht vorbereiteter Student kann immerhin noch 5 Prüfungsfragen beantworten.

Sei

A : „ Ein ausgezeichnet vorbereiteter Student wird ausgewählt "

G : „ Ein gut vorbereiteter Student wird ausgewählt "

M : „ Ein mittelmäßig vorbereiteter Student wird ausgewählt "

S : „ Ein schlecht vorbereiteter Student wird ausgewählt "

D : „ Ein ausgewählter Student kann alle drei ihm gestellten Fragen beantworten "

Achtung : In Ihrem Rechengang muß der Lösungsweg in Ereignisschreibweise klar ersichtlich sein !

---

1) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß ein zufällig ausgewählter Student alle drei ihm gestellten Fragen beantworten kann, wenn er

   a) ausgezeichnet vorbereitet ist ?

   b) gut vorbereitet ist ?

   c) mittelmäßig vorbereitet ist ?

   d) schlecht vorbereitet ist ?

2) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß ein zufällig ausgewählter Student alle drei ihm gestellten Fragen beantworten kann ?

3) Angenommen, ein Student würde zufällig aus der Gruppe ausgewählt und könnte alle drei ihm gestellten Fragen beantworten.

   Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß dieser Student eine ausgezeichnete Prüfungsvorbereitung hatte ?

Block D

1) Sei X eine stetige Zufallsvariable mit der Verteilungsfunktion $F(x)$, die für $x \leq 5$ gleich Null ist. Dann gilt : $F(x_{0,75}) - F(5) = 0{,}75$

2) Seien X und Y zwei Zufallsvariablen (mit endlichen Erwartungswerten und Varianzen). Dann gilt : $Var(X-Y) = Var(X) + Var(Y)$

3) Seien X und Y zwei Zufallsvariablen (mit endlichen Erwartungswerten und Varianzen). Dann gilt : $E(X \cdot Y) = E(X) \cdot E(Y) + Cov(X, Y)$.

4) Seien X und Y zwei Zufallsvariablen (mit endlichen Erwartungswerten und Varianzen). Dann gilt : $Var(X-Y) = Var(X) + Var(Y) - Cov(X, Y)$.

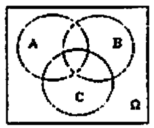
Block E

1) Die Zufallsvariable X : „ Anzahl der gezogenen nicht-roten Kugeln beim gleichzeitigen Ziehen aus einer Urne mit roten und weißen Kugeln " ist hypergeometrisch verteilt.

2) Bei der linearen Einfachregressionsanalyse verläuft eine nach der Methode der kleinsten Quadrate bestimmte Regressionsgerade ($\hat{y} = \hat{a} + \hat{b} \cdot x$) stets durch die Punkte ($\bar{x}$, $\bar{y}$) und ($\hat{a}$, 0).

3) Folgen die Marktverhältnisse im Lorenzschen Sinne einer ökonomischen Gleichverteilung, so hat das betrachtete statistische Merkmal eine empirische Varianz von Null.

4) Seien A, B und $C \subset \Omega$ Ereignisse. Das Ereignis : „ Genau zwei dieser Ereignisse treten ein " läßt sich folgendermaßen graphisch darstellen :



Block F

1) Falls gilt : $h(a_j) = n$, so besitzt die zugrundeliegende statistische Größe nur eine realisierte Ausprägung.

2) Sind zwei metrische Merkmale unabhängig, gilt für den Korrelationskoeffizienten r nach Bravais-Pearson : $r = 0$.

3) Eine Zufallsvariable ist eine Abbildung von der Menge der statistischen Einheiten in die reellen Zahlen.

4) Bei gruppierten Daten müssen die Werte des arithmetischen Mittel und der (empirischen) Varianz mit den sortierten Daten berechneten Werten übereinstimmen.