13

Ökonomen & Wirtschaftsingenieure

Statistik I SS 2011

Aufgabe 1

In einer Universität gab es eine Befragung unter allen Grundstudiums–Studenten der Wirtschaftswissenschaften. Ein Drittel aller 1200 Befragten war kein Fan der Substanzfächer BWL bzw. VWL. Der Anteil der VWL–Fans unter den Studenten, deren Lieblingsfach eines der Substanzfächer war, betrug 31,25 %.
Diejenigen Studenten, die eines der Substanzfächer zu ihrem Lieblingsfach im Grundstudium erklärt hatten, wurden nach ihrem Arbeitsaufwand [in Stunden] pro Semester–Woche befragt.

Dabei erhielt man folgendes Ergebnis für die vier aufgeführten Gruppen :

- 8 % der BWL–Fans und 4 % der VWL–Fans gehören zur 1. Gruppe.
- 12 % der BWL–Fans und 16 % der VWL–Fans gehören zur 4. Gruppe.
- Genau 500 Befragte entfallen auf die 2. Gruppe.

Gruppe	von ... bis unter
1	0 – 5
2	5 – 9
3	9 – 15
4	15 – 19

1) Wie heißt das hier untersuchte statistische Merkmal und wie ist es skaliert ?
2) Bestimmen Sie tabellarisch die absoluten Häufigkeiten, die relativen und die relativen kumulierten Häufigkeiten des statistischen Merkmals !
3) Stellen Sie die absolute Häufigkeitsverteilung graphisch dar !
4) Berechnen Sie
   a) das arithmetische Mittel aus den vorliegenden Daten !
   b) die Standardabweichung aus den vorliegenden Daten !
5) Verbalisieren Sie inhaltlich die in 4 a) und 4 b) erhaltenen Werte !
6) Ermitteln Sie tabellarisch die Lorenzsche Konzentrationsverteilung und stellen Sie diese graphisch dar !
7) Wieviel Prozent des gesamten Arbeitsaufwandvolumens entfallen auf die 60 % „ fleißigsten " Studenten ?
8) Auf wieviel Prozent „ faulste " Studenten entfallen 40 % des gesamten Arbeitsaufwandvolumens ?

Ökonomen & Wirtschaftsingenieure Statistik 1 SS 2011

Aufgabe 2

A

Cäsar wirft einen Ball mit verbundenen Augen auf eine Holzwand. Dabei versucht Cäsar eines der beiden in der Holzwand befindlichen Löcher zu treffen.

Die Wahrscheinlichkeit das **großе Loch** zu treffen, beträgt für Cäsar pro Wurf **60 %**.

Die Wahrscheinlichkeit das **kleine Loch** zu treffen, beträgt für Cäsar pro Wurf **10 %**.

Wie groß ist (**exakt**) die Wahrscheinlichkeit, dass Cäsar bei **30** Würfen

diskret Zh

$n=30$

1) höchstens 13 mal das große Loch trifft ?
2) mehr als 7 mal das kleine Loch trifft ?
3) genau 12 mal nicht das große Loch trifft ?
4) mindestens 26 mal nicht das kleine Loch trifft ?
5) höchstens 19 mal, aber mindestens 15 mal weder das große noch das kleine Loch trifft ?
6) im fünften Versuch zum drittenmal das große Loch trifft ?
7) im vierten Versuch zum erstenmal das kleine Loch trifft ?

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Cäsar bei seinen ersten 7 Versuchen

8) genau 3 mal das große und 1 mal das kleine Loch trifft ?

B

Anton und Bert wollen morgen abwechselnd und ohne Zurücklegen aus einer (nicht einsehbaren) Kiste jeweils einen Ball ziehen.

In dieser Kiste sind **5** gleichartige Bälle, von denen **2 rot** und **3 weiß** sind.

Wer als erster einen **roten** Ball zieht, hat gewonnen, **und das Spiel ist sofort beendet.**

Anton beginnt !

1) Wie groß ist im Vorhinein die Wahrscheinlichkeit, dass Anton in seinem 1. Zug einen roten Ball ziehen wird ?
2) Wie groß ist im Vorhinein die Wahrscheinlichkeit, dass Bert in seinem 1. Zug einen roten Ball ziehen wird ?
3) Wie groß ist im Vorhinein die Wahrscheinlichkeit, dass Anton in seinem 2. Zug das Spiel gewinnen wird ?
4) Wie groß ist im Vorhinein die Wahrscheinlichkeit, dass Bert in seinem 2. Zug das Spiel gewinnen wird ?
5) Wie groß ist im Vorhinein die Wahrscheinlichkeit, dass Anton das Spiel gewinnen wird ?
6) Wie groß ist im Vorhinein die Wahrscheinlichkeit, dass Bert das Spiel gewinnen wird ?
7) Wie groß ist im Vorhinein die Wahrscheinlichkeit, dass das Spiel keinen Sieger haben wird ?

Aufgabe 3

Nachdem Anton tagelang für seine Statistikklausur gelernt hat, legt er heute zur Erholung einen Wandertag ein. In seinem Rucksack befinden sich 6 gleichartige Getränkebüchsen, wovon 3 Büchsen mit ***Bier*** und 3 Büchsen mit ***Limonade*** gefüllt sind. Nach einem langen Fußmarsch holt sich Anton blindlings drei Büchsen aus seinem Rucksack, trinkt den Inhalt aus und wirft die Büchsen anschließend in einen Papierkorb. Als Anton zurückkehrt, wird er in der Wohnung schon sehnsüchtig von seiner Freundin Berta erwartet, die vor lauter Lernstress leider vergessen hat, Getränke einzukaufen. Zum Glück hat ja Anton noch drei Büchsen übriggelassen, und so holen sich zunächst Anton und dann Berta blindlings jeweils eine Büchse aus dem Rucksack, um sich zu erfrischen.

Sei

X : „ Anzahl der ***Biere***, die Anton während seiner Wanderung zu sich nimmt "

Y : „ Anzahl der ***Biere***, die Anton und Berta in der Wohnung zu sich nehmen "

1) Bestimmen Sie tabellarisch die gemeinsame Wahrscheinlichkeitsverteilung von X und Y !
2) Berechnen Sie die Kovarianz von X und Y !
3) Sind X und Y stochastisch unabhängig ? Begründen Sie Ihre Antwort formal !
4) Bestimmen Sie tabellarisch die Wahrscheinlichkeitsverteilung von Y unter der Voraussetzung, dass Anton während seiner Wanderung bereits 2 ***Biere*** getrunken hat !
5) Bestimmen Sie die erwartete Anzahl der ***Biere***, die Anton und Berta zu Hause zu sich nehmen, wenn Anton während seiner Wanderung bereits 2 ***Biere*** konsumiert hat !

Achtung : Formulieren Sie im Folgenden Ihren Lösungsweg in geeigneter Ereignisschreibweise !

Benutzen Sie für Ihre Lösung folgende Ereignisdefinitionen :

W_i : „ Anton trinkt i *Biere* auf seiner Wanderung " $[i = 0, 1, 2, 3]$

H_j : „ Anton trinkt j *Biere* in seiner Wohnung " $[j = 0, 1]$

6) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Anton während seiner Wanderung wie auch zu Hause jeweils genau ein ***Bier*** konsumiert ?
7) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Anton während seiner Wanderung genau zwei ***Biere*** und zu Hause kein ***Bier*** konsumiert ?
8) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Anton weder während seiner Wanderung noch zu Hause ein ***Bier*** konsumiert ?

Aufgabe MC

Block A

1) Da die durchschnittliche Abweichung wie auch die Standardabweichung lineare Maßzahlen für die Streuung von Datensätzen sind, ergeben beide Maßzahlen bei demselben Datensatz auch denselben Zahlenwert.

2) Eine wichtige Aufgabe der Statistik ist es, eine (meistens) unübersichtliche Datenmenge so darzustellen und aufzubereiten, dass danach die in der Menge der Einzeldaten verborgene Information mit statistischen Methoden herausgefiltert und analysiert werden kann.

3) Falls gilt : $h(a_j) = n$, so besitzt die zugrundeliegende statistische Größe n realisierte Ausprägungen.

4) Ist für zwei Märkte der Ginikoeffizient gleich, so ist die Lorenzsche Konzentration auf beiden Märkten inhaltlich nicht unbedingt gleich zu bewerten.

Block B

1) Eine Zufallsvariable ist eine Abbildung von der Menge der statistischen Einheiten in die reellen Zahlen.

2) Der Wert des arithmetischen Mittels eines kardinal skalierten statistischen Merkmals kann gleich bleiben, auch wenn der Umfang der Beobachtungsgesamtheit erhöht wird.

3) Auf den Märkten A und B gebe es gleich viele Marktteilnehmer. Unterscheiden sich die Herfindahlmaße der beiden Märkte, so kann das niemals am Anzahleffekt liegen.

4) Bei der linearen Einfachregression bedeutet ein Wert des Bestimmtheitsmaßes $R^2 = 0$, dass Null Prozent der Gesamtabweichung (in y-Richtung) durch die lineare Regressionsfunktion erklärt werden kann, d.h. es gilt : $y_i = \hat{y}_i$.

Block C

1) An der Kovarianz zweier kardinal skalierter Merkmale X und Y lassen sich die Richtung und die Art des Zusammenhangs zwischen X und Y ablesen.

2) In der Kombinatorik nennt man die Anzahl der möglichen Anordnungen von n voneinander verschiedenen Elementen eine „ Permutation mit Wiederholung “.

3) Die empirische Kovarianz ist keine dimensionslose Maßzahl.

4) Der Rangkorrelationskoeffizient τ nach Kendall ist eine dimensionslose Maßzahl.

Ökonomen & Wirtschaftsingenieure

Statistik I SS 2011

Block D

1) Sei X eine stetige Zufallsvariable mit der Verteilungsfunktion $F(x)$, die für $x \leq 5$ gleich Null ist. Dann gilt : $\quad F(x_{0,75}) - F(5) = 0{,}75$

2) Seien X und Y zwei Zufallsvariablen (mit endlichen Erwartungswerten und Varianzen). Dann gilt : $\quad Var(X - Y) = Var(X) + Var(Y)$

3) Seien X und Y zwei Zufallsvariablen (mit endlichen Erwartungswerten und Varianzen). Dann gilt : $\quad E(X \cdot Y) = E(X) \cdot E(Y) + Cov(X, Y)$.

4) Seien X und Y zwei Zufallsvariablen (mit endlichen Erwartungswerten und Varianzen). Dann gilt : $\quad Var(X - Y) = Var(X) + Var(Y) - Cov(X, Y)$.

Block E

1) Die Zufallsvariable X : „ Anzahl der gezogenen nicht–roten Kugeln beim gleichzeitigen Ziehen aus einer Urne mit roten und weißen Kugeln " ist binomialverteilt.

2) Bei der linearen Einfachregressionsanalyse verläuft eine nach der Methode der kleinsten Quadrate bestimmte Regressionsgerade ($\hat{y} = \hat{b} + \hat{a} \cdot x$) stets durch die Punkte ($\bar{x}$, $\bar{y}$) und $(0, \hat{b})$.

3) Folgen die Marktverhältnisse im Lorenzschen Sinne einer ökonomischen Gleichverteilung, so hat das betrachtete statistische Merkmal eine empirische Varianz von Null.

4) Seien A, B und $C \subset \Omega$ Ereignisse. Das Ereignis : „ Genau zwei dieser Ereignisse treten ein " lässt sich folgendermaßen graphisch darstellen :