

Aufgabe 1

Das Doping-Problem im Leistungssport sorgt immer wieder für Schlagzeilen.

Es wurden **4500** Leistungssportler in unterschiedlichen Sportarten [Langstreckenläufer { **L** }, Radrennfahrer { **R** }, Schwimmer { **S** }, Gewichtheber { **G** }] anonym gefragt, wie oft sie (nie [**n**], selten [**s**], häufig [**h**]) während ihrer sportlichen Laufbahn von leistungssteigernden Substanzen Gebrauch gemacht haben.

Die Umfrage brachte folgendes Ergebnis :

- ① **8 %** der Leistungssportler waren **Radrennfahrer** und haben **nie** von derartigen Substanzen Gebrauch gemacht.
- ② Unter denjenigen Leistungssportlern, die **selten** von derartigen Substanzen Gebrauch gemacht haben, waren **40 % Langstreckenläufer**.
- ③ Der Anteil der **Schwimmer** bei den Leistungssportlern, die **nie** von solchen Substanzen Gebrauch gemacht haben, betrug **28 %**.
- ④ **9 %** der Leistungssportler waren **Gewichtheber** und haben **selten** Gebrauch von solchen Substanzen gemacht.
- ⑤ Der Anteil der **Radrennfahrer** in der Gruppe der Leistungssportler, die **selten** von solchen Substanzen Gebrauch gemacht haben, betrug **20 %**, während der Anteil der **Gewichtheber** und **Radrennfahrer** in derselben Gruppe **zweieinhalbmals** so groß war.
- ⑥ **2 %** der Leistungssportler waren **Schwimmer** und haben **häufig** von solchen Substanzen Gebrauch gemacht, während der Anteil der **Schwimmer** unter den Leistungssportlern, die **häufig** von solchen Substanzen Gebrauch gemacht haben, **fünfmals** so groß war.
- ⑦ Unter den **Radrennfahrern** haben **30 %** **selten** Gebrauch von solchen Substanzen gemacht.
- ⑧ Der Anteil der **Gewichtheber** unter den Leistungssportlern, die **nie** von solchen Substanzen Gebrauch gemacht haben, betrug **12 %**.
- ⑨ Wenn die betrachteten Merkmale bzgl. des vorliegenden Datenmaterials unabhängig wären, würde man **erwarten**, dass **915** Leistungssportler **Langstreckenläufer** sind und **nie** von solchen Substanzen Gebrauch gemacht haben.

1) Wie heißen die hier untersuchten statistischen Merkmale ?

2) Stellen Sie die **gemeinsame** (absolute) Häufigkeitsverteilung dieser beiden Merkmale tabellarisch dar !

3) Bei welchem Leistungssportlertyp war der Anteil der Leistungssportler, die **häufig** von solchen Substanzen Gebrauch gemacht haben, am geringsten ?

[Begründen Sie Ihre Antwort mit Hilfe eines formalen Rechenganges !]

4) Welche Frequenz ([**n**], [**s**] oder [**h**]) der Nutzung solcher Substanzen, hatte bei den **Gewichthebern** den höchsten Anteil ?

[Begründen Sie Ihre Antwort mit Hilfe eines formalen Rechenganges !]

Aus den Daten ergibt sich ein Kontingenzkoeffizient von : $K = 0,295231274$

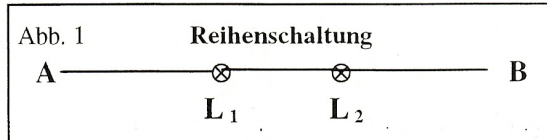
5) Bestimmen Sie K_{Max} !

6) Interpretieren Sie **kurz** den Wert von K unter Berücksichtigung des Wertes von K_{Max} !

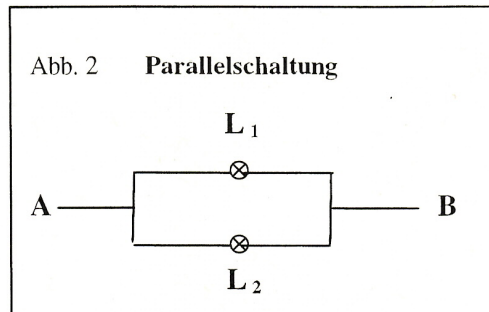
Aufgabe 2

A

Schaltet man zwei Glühlampen L_1 und L_2 „in Reihe“ (Abb. 1), dann bekommt man nur dann Licht, wenn beide Lampen brennen.



Schaltet man zwei Glühlampen L_1 und L_2 „parallel“ (Abb. 2), dann bekommt man nur dann kein Licht, wenn beide Lampen defekt sind.



Die Glühlampen mögen unabhängig voneinander brennen bzw. defekt sein.

Eine Schaltung $A \dots B$ heißt intakt, wenn man Licht bekommt.

Glühlampe L_i brennt mit der Wahrscheinlichkeit π_i .

Sei

L_i : „Glühlampe i brennt“ ; $P(L_i) = \pi_i$ ($i = 1, 2$)

Re : „Reihenschaltung ist intakt“

Pa : „Parallelschaltung ist intakt“

Hinweis : $\ln(a^n) = n \cdot \ln(a)$

- 1) Wie groß ist (in Abhängigkeit von π_1 und π_2) die Wahrscheinlichkeit, dass die **Reihenschaltung** (in Abb. 1) intakt ist ?
- 2) Wie groß ist (in Abhängigkeit von π_1 und π_2) die Wahrscheinlichkeit, dass die **Parallelschaltung** (in Abb. 2) intakt ist ?
- 3) Wie viele solcher Glühlampen darf man höchstens in Reihe schalten (Abb. 1), wenn die Wahrscheinlichkeit, dass die **Reihenschaltung** intakt ist, nicht unter 80 % absinken darf und wenn gilt :

$$P(L_i) = \pi_i = 0,98 \quad (\text{für alle } i)$$

- 4) Wie viele solcher Glühlampen muss man mindestens parallel schalten (Abb. 2), wenn die Wahrscheinlichkeit, dass die **Parallelschaltung** intakt ist, mindestens 99,99 % betragen soll und wenn gilt :

$$P(L_i) = \pi_i = 0,8 \quad (\text{für alle } i)$$

B

Ein Sponsor stellt den 15 Spielern einer Fußball-Schülermannschaft 3 Eintrittskarten für das nächste Endspiel der Fußballmeisterschaft zur Verfügung.

Auf wie viele Arten können die 3 gesponserten Karten auf die Schüler verteilt werden,

- 1) wenn es sich um drei nummerierte (, d.h. qualitativ unterschiedliche) Sitzplätze handelt und ein Schüler nur eine Karte bekommen darf ?
- 2) wenn es sich um drei nummerierte (, d.h. qualitativ unterschiedliche) Sitzplätze handelt und ein Schüler mehrere Karten bekommen darf ?
- 3) wenn es sich um drei nicht nummerierte (, d.h. qualitativ gleichwertige) Stehplätze handelt und ein Schüler nur eine Karte bekommen darf ?
- 4) wenn es sich um drei nicht nummerierte (, d.h. qualitativ gleichwertige) Stehplätze handelt und ein Schüler mehrere Karten bekommen darf ?

Aufgabe 3

A

Angenommen, in der Bevölkerung sei der Anteil der Europa-Gegner 30 %, während 55 % die europäische Idee befürworten. Man kann davon ausgehen, dass sich jeder einzelne in seiner Haltung bzgl. Europa von anderen Personen nicht beeinflussen lässt.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass

- 1) von 21 befragten Personen genau 7 Personen in dieser Frage unentschlossen sind ?
- 2) von 21 befragten Personen mehr als 3 gegen Europa sind ?
- 3) von 21 befragten Personen mehr als 3, aber höchstens 9 dafür sind ?
- 4) von 21 befragten Personen weniger als 8 Personen nicht gegen Europa sind ?
- 5) man bei der 7. befragten Person auf den dritten Befürworter von Europa trifft ?
- 6) man unter den ersten 12 befragten Personen auf genau 6 Befürworter und 2 Gegner trifft ?

B

In einer Ortschaft haben sich vor einiger Zeit 20 Europa-Gegner in einem Ortsverband zusammengeschlossen. Zur Zeit wird in diesem Ortsverband darüber debattiert, ob man zum Zeichen des Protests gegen Europa die Bevölkerung zu einer Unterschriftenaktion aufrufen soll. Allerdings sind nur 12 von den 20 im Ortsverband organisierten Europa-Gegnern für eine solche Aktion.

Der örtliche Radiosender plant nun, sechs zufällig ausgewählte Mitglieder dieses Ortsverbandes zu einer Diskussionsrunde einzuladen.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass

- 1) Gegner und Befürworter dieser Aktion in der Diskussionsrunde gleichstark vertreten sein werden ?
- 2) mindestens ein Befürworter dieser Aktion in der Diskussionsrunde dabei sein wird ?

C

In einer Straßenbahn befinden sich 3 Fahrgäste. An der nächsten Haltestelle steigt jeder der Fahrgäste unabhängig von den anderen Fahrgästen mit einer Wahrscheinlichkeit von 30 % aus, und es steigt höchstens ein neuer Fahrgast ein. Die Wahrscheinlichkeit, dass kein neuer Fahrgast einsteigt, beträgt 25 %.

Verwenden Sie zur Lösung folgende Ereignisse :

E : „ Ein Fahrgast steigt ein “

F_i : „ Fahrgast i steigt aus “ ($i = 1, 2, 3$)

D : „ Nach Abfahrt sind genau wieder **drei** Fahrgäste in der Straßenbahn “

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Straßenbahn von der nächsten Haltestelle wieder mit genau 3 Fahrgästen abfährt ?

Der Lösungsweg in Ereignisschreibweise muss klar ersichtlich sein !

Aufgabe MC**Block A**

Zufallsvar.

- 1) Die „Anzahl der gezogenen Kugeln beim Ziehen (ohne Zurücklegen)“ aus einer Urne mit roten und nicht-roten Kugeln ist hypergeometrisch verteilt.
- 2) Ein Histogramm ist die flächentreue Darstellung absoluter (bzw. relativer) kumulierter Häufigkeiten für die graphische Darstellung gruppierter Daten.
- 3) Bei einer symmetrischen Häufigkeitsverteilung müssen Median und arithmetisches Mittel übereinstimmen.
- 4) Wenn die Varianz s^2 der betrachteten statistischen Größe gleich Null ist, so muss auch die durchschnittliche Abweichung \bar{s} der statistischen Größe den Wert Null haben.

Block B

- 1) Die Zufallsvariable X : „Anzahl der geworfenen Wappen beim dreimaligen Werfen einer nicht-idealen Münze“ ist binomialverteilt.
- 2) Die Häufigkeitsverteilungen zweier kardinal skalierten Merkmale sind genau dann identisch, falls die beiden Merkmale dasselbe arithmetische Mittel und dieselbe Varianz aufweisen.
- 3) Verwendet man den „Klassischen Wahrscheinlichkeitsbegriff nach Laplace“, so darf die Ergebnismenge des zugrundeliegenden Zufallsexperiments nicht abzählbar unendlich groß sein.
- 4) Eine statistisch festgestellte Korrelation ist kein Hinweis auf eine kausale Beziehung zwischen den betrachteten Variablen.

Block C

- 1) Falls gilt : $h(a_j) = n$, so hat das zugrunde liegende statistische Merkmal nur eine realisierte Ausprägung.
- 2) Die Varianz eines kardinal skalierten Merkmals muss nicht größer werden, falls der Umfang der Beobachtungsgesamtheit erhöht wird.
- 3) Sei X eine stetige Zufallsvariable mit der Verteilungsfunktion $F(x)$, die für $x \leq 0$ gleich Null ist. Dann gilt : $F(x_{0,5}) - F(-x_{0,5}) = 1$.
- 4) Der Auswahlssatz ist das Verhältnis $\frac{N}{n}$.