STATISTIK

I

ÖKONOMEN
&
WIRTSCHAFTSINGENIEURE

SS 2015

Aufgabe 1

Ein Schulleiter möchte eine Statistik über die Fehltage seiner 600 Schüler im vergangenen Schulhalbjahr auf Basis folgender Fakten erstellen :

❶ ☒ Jeder seiner n Schüler fehlte mehr als einen, aber weniger als 22 Tage.

❷ ☒ 60 % aller Schüler fehlten weniger als 8 Tage (1. und 2. Gruppe).

❸ ☒ Die Zahl der Schüler, die in die 3. Gruppe fallen, macht 60 % der Gesamtzahl aller Schüler aus, die in die 3. und 4. Gruppe fallen.

❹ ☒ Die Fehltage der Schüler in der 1. und 2. Gruppe folgen einer statistischen Gleichverteilung.

❺ ☒ Die Zahl der Schüler der 3. und 5. Gruppe ist zusammen fünfmal so hoch wie die 40 Schüler, die mindestens 10 , aber weniger als 14 Fehltage hatten (4. Gruppe).

❻ ☒ Die Schüler, die in die 2. Gruppe fallen, hatten alle mindestens 4 Fehltage.

1) Wie lautet das statistische Merkmal und wie ist es skaliert ?
2) Geben Sie tabellarisch die absolute und die relative Häufigkeitsverteilung an !
3) Stellen Sie die absolute Häufigkeitsverteilung graphisch dar !
4) Bestimmen Sie rechnerisch den Median sowie das untere und obere Quartil !
5) Erstellen Sie eine sog. „ 5 – Zahlen – Zusammenfassung “ und zeichnen Sie den zugehörigen Boxplot !
6) Berechnen Sie das arithmetische Mittel aus den Daten !
7) Berechnen Sie den (empirischen) Quartilskoeffizienten der Schiefe !
   Interpretieren Sie den erhaltenen Wert !
8) Bestimmen Sie rechnerisch, wie viel Prozent der Schüler mehr als 18 Fehltage hatten ?
9) Bestimmen Sie rechnerisch, wie viele Fehltage höchstens die 80 % seltener fehlenden Schüler hatten?
10) Beschreiben Sie kurz , was inhaltlich der „ zentrale Datenkörper “ angibt !

Aufgabe 2

A

Ein Zahnarzt und ein Augenarzt betreiben eine Gemeinschaftspraxis. In verschiedenen Behandlungsräumen halten sie zur gleichen Zeit ihre Sprechstunden ab, wobei ein geräumiges Wartezimmer für die Besucher beider Ärzte zur Verfügung steht. Ein Praxisbesucher ist entweder ein Kind oder ein Erwachsener.

- Die Wahrscheinlichkeit, dass es sich bei einem Besucher um ein Kind handelt, beträgt 30 %.
- Von allen Kindern, die die Praxis besuchen, sind ein Drittel Patienten des Zahnarztes.
- Unter den erwachsenen Personen sind nicht nur Patienten, sondern auch Begleitpersonen, d.h. Personen, die weder Patienten des Zahnarztes noch Patienten des Augenarztes sind. Diese Personengruppe macht $3/7$ an allen Erwachsenen aus.
- Kinder kommen stets nur als Patienten, aber nicht als Begleitpersonen in die Praxis.
- Von allen Erwachsenen, die die Praxis besuchen, sind $2/7$ Patienten des Zahnarztes.
- Zum Augenarzt in die Sprechstunde wollen 50 % aller Praxisbesucher.
- 20 % der Praxisbesucher sind Kinder und wollen zum Augenarzt in die Sprechstunde.

<u>Verwenden Sie folgende Ereignisschreibweisen , wobei der formale Lösungsweg in Ereignisschreibweise klar ersichtlich sein muss</u> :

K : „ Praxisbesucher ist ein Kind “
E : „ Praxisbesucher ist ein Erwachsener “
Z : „ Praxisbesucher ist Patient beim Zahnarzt “
A : „ Praxisbesucher ist Patient beim Augenarzt “

1) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein beliebiger Praxisbesucher
   a) weder Patient vom Zahnarzt noch Patient vom Augenarzt ist ?
   b) Patient vom Zahnarzt ist ?
   c) Patient beider Ärzte ist ?

2) Angenommen, ein Besucher ist ein Kind.
   Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist dieses Kind Patient beim Augenarzt ?

3) Angenommen, ein Besucher ist Patient vom Zahnarzt.
   Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist diese Person ein Kind ?

4) Mit welcher Wahrscheinlichkeit will ein beliebiger Praxisbesucher zu höchstens einem der beiden Ärzte in die Sprechstunde ?

5) Mit welcher Wahrscheinlichkeit will ein beliebiger Praxisbesucher zu höchstens einem der beiden Ärzte in die Sprechstunde, wenn man weiß, dass er zu mindestens einem der beiden Ärzte in die Sprechstunde will ?

B

Aus 3 Ehepaaren (jeweils Mann und Frau) werden zufällig 3 Personen für ein gemeinsames Gruppenfoto ausgewählt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich unter diesen drei Personen

1) mindestens 2 Männer befinden ?
2) höchstens 2 Männer befinden ?
3) ein Ehepaar und ein weiterer Mann befinden ?

Aufgabe 3

Der Unternehmer Ping Pong stellt in Massenproduktion sog. „ Glückskuchen " für chinesische Restaurants her.
Ein Glückskuchen ist ein zum Nachtisch gereichtes Gebäck, in dem sich (vom Teig umhüllt) **ein** Zettel mit einem Sprüchlein befindet. Der Inhalt dieser Sprüchlein kann entweder *positiv*, *negativ* oder *neutral* sein.

Aus der Produktion werden zufällig und unabhängig voneinander Glückskuchen ausgewählt und in Boxen verpackt. Der Anteil der Glückskuchen mit *negativem* Sprüchlein beträgt in der gesamten Produktionsmenge 15 %.

Die Anzahl der Glückskuchen pro Box ist so gewählt, dass sich im Mittel (≅ Erwartungswert) 9,35 Glückskuchen mit *positivem* Sprüchlein (bei einer Varianz von 4,2075) in einer Box befinden.

1) Wie groß ist die Anzahl **n** der Glückskuchen pro Box ?

2) Wie groß ist der Anteil der Glückskuchen mit *positivem* Sprüchlein in der gesamten Produktionsmenge ?

3) Wie groß ist der Anteil der Glückskuchen mit *neutralem* Sprüchlein in der gesamten Produktionsmenge ?

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit,

4) eine Box mit mindestens **6** , aber weniger als **9** *positiven* Sprüchlein zu erhalten ?

5) eine Box mit genau **4** *negativen* Sprüchlein zu erhalten ?

6) eine Box mit **8** *positiven* und **1** *neutralen* Sprüchlein zu erhalten ?

7) beim Öffnen des **5.** Glückskuchen einer Box zum erstenmal einen Zettel mit *positivem* Sprüchlein zu erhalten ?

8) beim Öffnen des **7.** Glückskuchen einer Box zum drittenmal einen Zettel mit *neutralem* Sprüchlein zu erhalten ?

Neuerdings werden Glückskuchenboxen angeboten, die zwar die gleiche Anzahl von Glückskuchen, aber dafür genau **5** *positive* Sprüchlein enthalten. Der kleine Neffe von Ping Pong darf sich aus einer derartigen Box genau 2 Glückskuchen aussuchen.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der kleine Neffe

9) mindestens **1** *positives* Sprüchlein erhält ?

Aufgabe MC

Block A

1) Eine Zufallsvariable ist eine Abbildung der Menge der statistischen Einheiten in die reellen Zahlen.

2) Sind zwei kardinal skalierte Merkmale nach Bravais–Pearson korreliert, so ist ihre Kovarianz ungleich Null.

3) Der Quartilsabstand ist eine Maßzahl, die nicht ausreißerempfindlich ist.

4) Aus n Objekten sollen r Elemente ausgewählt werden. Dann kann die Zahl der möglichen Auswahlen bei einer Variation mit Wiederholung kleiner sein, als bei einer Variation ohne Wiederholung.

Block B

1) Ein Glücksspiel gilt dann als „ fair “, wenn man bei jedem Spiel weder gewinnt noch verliert.

2) Bei einer binomialverteilten Zufallsvariablen X gilt stets : $P(4{,}5 \leq X \leq 5{,}1) = P(X = 5)$.

3) Sind drei Ereignisse A, B und C **vollständig** disjunkt [d.h. $(A \cap B \cap C) = \varnothing$], dann sind sie auch **paarweise** disjunkt [$(A \cap B) = \varnothing$ bzw. $(A \cap C) = \varnothing$ bzw. $(B \cap C) = \varnothing$] .

4) Man spricht vom „ Prinzip der Flächentreue “, wenn bei der graphischen Darstellung von absoluten bzw. relativen Häufigkeiten gruppierter Daten der Flächeninhalt eines Blockes proportional der darzustellenden absoluten bzw. relativen Häufigkeit ist.

Block C

1) Weist eine empirische Verteilungsfunktion eines diskreten Merkmals X an allen Sprungstellen die gleiche Sprunghöhe auf, so folgt X einer diskreten Gleichverteilung.

2) Es gilt : $Var(X) = E[X \cdot (X-1) + E(X)] + [E(X)]^2$.

3) Die geometrische Verteilung ist kein Spezialfall der Binomialverteilung .

4) Falls gilt $P(A) \neq 1$, so nennt man das Ereignis A „ fast sicher “ .

Block D

1) Auf den Märkten A und B gebe es gleich viele Marktteilnehmer. Unterscheiden sich die Herfindahlmaße der beiden Märkte, so liegt das nur am Merkmalseffekt.

2) Bei einer zweigipfligen symmetrischen Verteilung müssen Median und arithmetisches Mittel nicht übereinstimmen.

3) Ein Glücksspiel möge drei mögliche Ausgänge haben : entweder man verliert 3 € oder man gewinnt 3 € oder man gewinnt (bzw. verliert) nichts. Dann ist die Zufallsvariable X : „ Gewinn bei mehrmaliger unabhängiger Durchführung dieses Spiels " multinomialverteilt.

4) An der Kovarianz zweier kardinal skalierter Merkmale X und Y lässt sich die Richtung des linearen Zusammenhangs zwischen X und Y ablesen.

Block E

1) Der Korrelationskoeffizient r nach Bravais-Pearson verändert seinen Wert, falls man die Ausgangsdaten linear transformiert.

2) Die Sprunghöhen einer empirischen (relativen) Verteilungsfunktion entsprechen den relativen kumulierten Häufigkeiten.

3) In der Kombinatorik nennt man die Anzahl der möglichen Anordnungen von n voneinander verschiedenen Elementen eine „ Permutation ohne Wiederholung " .

4) Die Summe von zwei unabhängigen und gleichverteilten Zufallsvariablen muss nicht wieder gleichverteilt sein.