Ökonomen & Wirtschaftsingenieure

Statistik 1 WS 2010 / 2011

Aufgabe 1

A

Student Statistix möchte einen 60 km entfernt liegenden Zielpunkt erreichen. Dazu zerlegt er die Gesamtstrecke in sechs Teilstrecken unterschiedlicher Länge und benutzt für jede Teilstrecke ein unterschiedliches Fortbewegungsmittel :

	Geschwindigkeit in km/h	Länge der Teilstrecke in km
Auto	40	20
Fahrrad	20	5
Bus	15	9
Taxi	50	10
Bahn	50	15
zu Fuß	5	1

Mit welcher Durchschnittsgeschwindigkeit legt Statistix den Weg zum Zielpunkt zurück ?

B

Eine Untersuchung über die Entfernung in Kilometer zwischen Wohnort und Arbeitsplatz auf der Basis von 200.000 Werktätigen in A-Stadt brachte folgendes Ergebnis :

Entfernung in km von ... bis unter	Anteil der Werktätigen in %
0 - 10	40
10 - 15	5
15 - 25	55

1) Berechnen Sie aus diesem Datensatz

   a) das arithmetische Mittel
   b) die empirische Varianz
   c) den Median
   d) den Quartilsabstand
   e) den empirischen Quartilskoeffizienten der Schiefe !

2) Interpretieren Sie den Wert des Quartilskoeffizenten !

3) Womit lassen sich mögliche Unterschiede in den Interpretationen der Schiefemaße „Quartilskoeffizient" und „Momentenkoeffizient der Schiefe" begründen ?

4) Zeichnen Sie für den vorliegenden Datensatz von A-Stadt einen Box-Plot !

Eine Untersuchung über die Entfernung in Kilometer zwischen Wohnort und Arbeitsplatz auf der Basis von 1,5 Millionen Werktätigen in B-Stadt brachte folgendes Ergebnis :

Entfernung in km von ... bis unter	Anteil der Werktätigen in %
0 - 5	10
5 - 10	20
10 - 15	30
15 - 20	40

5) Zeichnen Sie für den vorliegenden Datensatz von B-Stadt einen Box - Plot !

6) Vergleichen Sie die Box - Plots von A-Stadt und B-Stadt bzgl. ihrer zentralen Datenkörper ! In welcher Stadt ist der „zentrale Datenkörper" stärker konzentriert ?

Aufgabe 1

C

Zur Entscheidung eines Problems sollen 5 Experten befragt werden, die sich unabhängig voneinander äußern. Jeder Experte beurteilt das Problem mit 60 %–iger Wahrscheinlichkeit richtig.

Mit welcher Wahrscheinlichkeit

1) urteilen nur der erste und der dritte Experte richtig ?
2) urteilen alle Experten richtig ?
3) erhält man kein richtiges Urteil ?

4) Wie viele Experten müsste man *mindestens* befragen, um mit einer Wahrscheinlichkeit von *mindestens* 99 % *mindestens* ein richtiges Urteil zu erhalten ?

ehrdim. Daten

Aufgabe 2

Im Fünf-Parteien-System ([L] ≡ Linke ; [S] ≡ SPD ; [G] ≡ Grüne ; [F] ≡ FDP ; [C] ≡ CDU) wird in Deutschland seit einiger Zeit um den „ Ausstieg aus dem Ausstieg aus der Atomenergie " gestritten. Einige Parteianhänger wollen „ gleich " [g], andere wollen „ später " [s] und wiederum andere wollen „ nie " [n] aus der Atomenergie aussteigen. Eine Befragung von über 1000 Personen, die jeweils Anhänger einer dieser fünf Parteien sind, brachte folgendes Ergebnis :

1 Es wurden 210 [F]–Anhänger befragt.

2 Fünf von sieben befragten [F]–Anhängern wollen „ nie " aussteigen.

3 Die „ gleich "–Aussteiger machten 150 Personen mehr aus als die Gesamtzahl der befragten [F]– und [C]–Anhänger. Die Zahl der Anhänger dieser beiden Parteien war in der Befragung gleich groß.

4 Vier von sieben [C]–Anhängern wollen „ später " aussteigen.

5 Der Anteil der „ gleich "–Aussteiger beträgt 47,5 % unter allen Befragten.

6 Der Anteil derjenigen, die „ gleich " oder „ nie " aussteigen wollen, beträgt 72,5 % .

7 Der Anteil derjenigen, die Anhänger der [G]–Partei sind und „ nie " aussteigen wollen, beträgt unter allen Befragten 2,5 % .

8 Der Anteil der [L]–Anhänger, die „ nie " aussteigen wollen, unter allen „ nie "–Aussteigern beträgt 2 % , wobei die Anzahl dieser Personen genau 60 % aller [F]–Anhänger ausmacht, die „ gleich " aussteigen wollen.

9 Der Anteil der [S]–Anhänger, die „ später " aussteigen wollen, unter allen, die „ später " aussteigen wollen, ist genauso hoch wie der Anteil derjenigen, die „ später " aussteigen wollen, unter den [L]–Anhängern, und beträgt 20 % .

10 Der Anteil der [S]–Anhänger, die „ später " aussteigen wollen, unter den [S]–Anhängern ist um addierte 7,5 % höher als der Anteil der [S]–Anhänger, die „ später " aussteigen wollen, unter allen „ später "–Aussteigern.

Der Anteil der [S]–Anhänger, die „ später " aussteigen wollen, unter allen „ später "–Aussteigern beträgt (z) %, der Anteil der [S]–Anhänger, die „ später " aussteigen wollen, unter den [S]–Anhängern beträgt (z + 7,5) %. 0,20 0,275

11 Die Anzahl der [G]–Anhänger, die „ gleich " oder „ später " aussteigen wollen, beträgt genau ein Drittel aller befragten [F] bzw. [C]–Anhänger zusammen.

F+C

12 Die Zahl der Personen, die [F]–Anhänger sind und „ später " aussteigen wollen, ist um 10 Personen größer als die Zahl der Personen, die [C]–Anhänger sind und am liebsten „ nie " aussteigen wollen.

1) Wie lauten die hier untersuchten statistischen Merkmale ?

2) Stellen Sie die gemeinsame (absolute) Häufigkeitsverteilung tabellarisch dar !

3) Welche Ausstiegsmentalität ([g], [s] oder [n]) hat bei den Anhängern der [C]–Partei den höchsten Anteil ? (Begründen Sie Ihre Antwort mit Hilfe eines formalen Rechenganges !)

Aufgabe 2

B

Die Teilnehmer an einer Statistikklausur setzen sich wie folgt zusammen :

- 50 % aus dem 3. und 4. Semester (Gruppe I)
- 25 % aus dem 5. und 6. Semester (Gruppe II)
- 25 % aus dem 7. oder höheren Semester (Gruppe III)

Erfahrungsgemäß seien die Wahrscheinlichkeiten, die Klausur zu bestehen

- 50 % für Mitglieder der Gruppe I
- 40 % für Mitglieder der Gruppe II

Angenommen, man würde feststellen, dass unter den Studenten, die die Klausur bestanden haben

- 10 % aus Gruppe III stammen

1) Wie groß ist dann die Wahrscheinlichkeit für einen beliebigen Klausurteilnehmer, die Klausur zu bestehen ?

2) Wie groß ist dann die Wahrscheinlichkeit für ein Mitglied der Gruppe III , die Klausur zu bestehen ?

A

Aufgabe 3

Ein Kraftwerk wird über ein Pumpensystem mit Kühlwasser versorgt.
In jedem gleichlangen Betriebszeitraum beträgt – unabhängig von Störungen in anderen Betriebszeiträumen – die Wahrscheinlichkeit 10 % , dass das Pumpensystem ausfällt. Mit 92 %–iger Wahrscheinlichkeit schaltet sich das Kraftwerk ab, falls das Pumpensystem ausfällt. Wenn die Pumpen funktionieren, kommt es in einem beliebigen Betriebszeitraum mit 12 %–iger Wahrscheinlichkeit aus anderen Gründen zu einer Abschaltung des Kraftwerkes.

Als leichter Störfall gilt jede Abschaltung des Kraftwerkes.

Ein schwerer Störfall liegt vor, wenn das Kraftwerk eine bestimmte Zeit lang weiterläuft (bis zur Abschaltung) und gleichzeitig das Pumpensystem nicht funktioniert.

Nach jedem Störfall wird das Kraftwerk grundsätzlich erst mit Beginn des nächsten Betriebszeitraumes wieder in Betrieb genommen.

Sei

PS : „ Pumpensystem funktioniert "
A : „ Abschaltung des Kraftwerkes "
L : „ Leichter Störfall "
S : „ Schwerer Störfall "

1) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass während eines beliebigen Betriebszeitraumes
   a) ein leichter Störfall auftritt ?
   b) ein schwerer Störfall auftritt ?
   c) kein Störfall auftritt ?

2) Wie ist die Zufallsvariable

   X : „ Anzahl der leichten Störfälle in **30** beliebigen Betriebszeiträumen "

   a) (exakt) verteilt ? [Verteilungtyp und –parameter !]
   b) *approximativ* verteilt ? [Verteilungtyp und –parameter !]

3) Wie ist die Zufallsvariable

   Y : „ Anzahl der schweren Störfälle in **30** beliebigen Betriebszeiträumen "

   a) (exakt) verteilt ? [Verteilungtyp und –parameter !]
   b) *approximativ* verteilt ? [Verteilungtyp und –parameter !]

4) Bestimmen Sie ***exakt*** die Wahrscheinlichkeit, dass in **30** beliebigen Betriebszeiträumen
   a) mehr als **7** leichte Störfälle auftreten !
   b) höchstens **ein** schwerer Störfall auftritt !
   c) mindestens **4** , aber höchstens **8** leichte Störfälle auftreten !

5) Bestimmen Sie ***approximativ*** die Wahrscheinlichkeit, dass in **30** beliebigen Betriebszeiträumen
   a) mehr als **7** leichte Störfälle auftreten !
   b) höchstens **ein** schwerer Störfall auftritt !
   c) mindestens **4** , aber höchstens **8** leichte Störfälle auftreten !

6) Erläutern Sie kurz , den Unterschied in den Ergebnissen (von jeweils rund 10 %) beim Vergleich von 4 a) und 5 a) bzw. 4 c) und 5 c) !

Aufgabe 3

B

Eine Zufallsvariable X sei verteilt nach $N(\mu; \sigma^2)$.
Es gelte :

$$P(X \leq 57) = 0{,}33 \quad \text{und} \quad P(X \leq 114) = 0{,}758$$

Bestimmen Sie den Wert von
1) μ
2) σ^2

Achtung : Benutzen Sie die vierstellige Tabelle für die Normalverteilung aus der Formelsammlung Statistik 1 !

Aufgabe MC

Block A

1) Sei X eine stetige Zufallsvariable mit der Verteilungsfunktion $F(x)$, die für $x \leq 0$ gleich Null ist. Dann gilt :

   $F(x_{0,75}) - F(0) = 0{,}75$

2) Seien X und Y zwei unabhängige Zufallsvariablen (mit endlichen Erwartungswerten und Varianzen). Dann gilt :

   $\mathrm{Var}(X - Y) = \mathrm{Var}(X) - \mathrm{Var}(Y)$

3) Ein sog. „ QQ – Plot " (Quantil – Quantil – Plot) ist die graphische Umsetzung einer sog. „ 5 – Zahlen – Zusammenfassung " eines geordneten Datensatzes.

4) Während der Erwartungswert einer stetigen Zufallsvariablen durchaus negative Werte annehmen kann, können sich für die Standardabweichung einer stetigen Zufallsvariablen niemals negative Werte ergeben.

Block B

1) Die statistische Größe „ Lieblingswein " mit den Realisationsmöglichkeiten „ weiß, rosé und rot " ist ein ordinal skaliertes statistisches Merkmal.

2) Sei X eine normalverteilte Zufallsvariable, d.h. $X \sim N(\mu ; \sigma^2)$.
   Dann ist der Maximalwert der Dichtefunktion gleich μ.

3) Die Zufallsvariable X : „ Anzahl der geworfenen Wappen beim dreimaligen Werfen einer nicht–idealen Münze " ist binomialverteilt.

4) Der „ Objektivist " betrachtet Wahrscheinlichkeit als eine „ quasi – physikalische " Eigenschaft.

Block C

1) Verwendet man den „ Klassischen Wahrscheinlichkeitsbegriff nach Laplace " , so muss die Ergebnismenge des zugrundeliegenden Zufallsexperiments endlich sein.

2) Das arithmetische Mittel verändert seinen Wert nicht, falls man die Ausgangsdaten linear transformiert.

3) Sei X eine stetige Zufallsvariable. Dann gilt beispielsweise für den Punkt $x = 7$:
   $P(x = 7) = 0$.

4) Die beiden Zufallsvariablen „ X " und „ $-X$ " haben gleiche Varianzen.

Ökonomen & Wirtschaftsingenieure Statistik 1 WS 2010 / 2011

Block D

1) Eine statistisch festgestellte Korrelation kann durchaus ein Hinweis auf eine kausale Beziehung zwischen den betrachteten Variablen sein.

2) Die Zufallsvariable X : „ Anzahl der gezogenen Kugeln beim gleichzeitigen Ziehen aus einer Urne mit roten und nicht–roten Kugeln " ist hypergeometrisch verteilt.

3) Verwendet man den subjektiven Wahrscheinlichkeitsbegriff, so können verschiedene Personen demselben Ereignis durchaus unterschiedliche Wahrscheinlichkeiten zuordnen.

4) Bei einer symmetrischen Häufigkeitsverteilung stimmen Median, Modus und arithmetisches Mittel überein.

Block E

1) Aus n Elementen werde eine Auswahl (ohne Wiederholung und ohne Berücksichtigung der Reihenfolge) zur Ordnung r vorgenommen. Dann gilt :

$$\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r} .$$

2) Folgen die Marktverhältnisse im Lorenzschen Sinne einer ökonomischen Gleichverteilung, so ist das betrachtete statistische Merkmal im statistischen Sinne einpunktverteilt.

3) Sei X eine stetige Zufallsvariable mit der Verteilungsfunktion $F(x)$, die für $x \leq 0$ gleich Null ist. Dann gilt :

$$F(x_{0,5}) - F(-x_{0,5}) = 1$$

4) Das sichere Ereignis besitzt die Wahrscheinlichkeit Eins. Ein Ereignis, das die Wahrscheinlichkeit Null besitzt, ist also ein unmögliches Ereignis.